

## OBLIKOVANJE I ANALIZA ALGORITAMA — 2. kolokvij

16. 1. 2012.

1. (25) Natjecanje u trijatlону ima tri dijela: plivanje u malom bazenu na 800 m, zatim vožnju biciklom na 10 km i, na kraju, trčanje na 3 km. Za svakog pojedinog natjecatelja nema odmora između ovih dijelova. Zbog sigurnosnih propisa, u bazenu se u bilo kojem trenutku smije nalaziti samo **jedan** natjecatelj. Na biciklističkoj i trkačoj stazi nema takvog ograničenja, tj. više natjecatelja može istovremeno biti na svakoj od tih staza.

Umjesto skupnog starta, natjecatelji startaju jedan za drugim — čim prethodni natjecatelj izađe iz bazena, tog trena starta sljedeći natjecatelj, i tako redom, pa se bazen koristi bez prekida.

Ukupno je prijavljeno  $n$  natjecatelja, a prijava  $i$ -tog natjecatelja sadrži očekivana vremena za svaki od tri dijela utrke:  $p_i$  za plivanje,  $b_i$  za vožnju bicikla i  $t_i$  za trčanje.

Za minimizaciju troškova pratnje, organizatori natjecanja žele naći **redosljed** kojim trebaju startati natjecatelji tako da **cijela** utrka — od starta prvog natjecatelja, do trena kad svi natjecatelji završe trčanje, ima **najkraće** očekivano trajanje (izračunato na osnovu očekivanih vremena iz prijave).

- (a) Analizirajte slučaj  $n = 2$  i nađite **pohlepni** kriterij koji daje najmanje trajanje cijele utrke. Dokažite optimalnost tog kriterija za bilo koji  $n$ .
- (b) Sastavite algoritam koji nalazi optimalni startni redosljed i nađite njegovu složenost. Ulazni argumenti su broj  $n$  i polja očekivanih vremena  $p$ ,  $b$  i  $t$ . Izlaz algoritma je permutacija brojeva od 1 do  $n$ , koja sadrži optimalni startni redosljed, i pripadno najmanje očekivano trajanje cijele utrke  $T$ . Složenost algoritma mora biti  $O(n^2)$ .
2. (20) Ukratko opišite što je struktura **disjunktnih skupova** i koje osnovne **operacije** su definirane na toj strukturi (**što** rade te operacije, nije bitno **kako**).
- (a) Što je “polazno” stanje strukture i kako mjerimo složenost osnovnih operacija?
- (b) Opišite neku reprezentaciju strukture disjunktnih skupova i pripadne **efikasne** implementacije osnovnih operacija. Komentirajte njihovu složenost.

**OKRENITE!**

3. Zadana su dva polinoma  $A$  i  $B$  s kompleksnim koeficijentima.
- (20)
- (a) Opišite osnovne korake **brzog** algoritma za računanje produkta  $C = A \cdot B$  zadanih polinoma, korištenjem brze diskretne Fourierove transformacije (FFT) vektora čija duljina je potencija broja 2. Kolika je složenost tog algoritma?
  - (b) Ukratko opišite što radi diskretna Fourierova transformacija vektora duljine  $n = 2^k$ . Skicirajte rekurzivni algoritam za **brzu** diskretnu Fourierovu transformaciju (FFT) i izvedite njegovu složenost, uz pretpostavku sekvencijalnog izvršavanja operacija.
  - (c) Ukratko opišite kako se dobiva algoritam za inverznu Fourierovu transformaciju.

Napomena: odgovori na pojedine dijelove zadatka vrednuju se nezavisno, tj. ako ne znate odgovoriti na (a) dio, smijete odgovoriti na ostale dijelove.