

Zadatak:

Na inače praznoj traci Turingovog stroja nalazi se riječ sastavljena od znakova “C” i “G”, a glava stroja se nalazi na drugom znaku s desne strane. Stroj treba na proizvoljnom mjestu trake zapisati vrijednost izraza $2c$ u bazi 4 (po jedna znamenka na jednom mjestu trake), pri čemu je c broj pojavljivanja znaka “C”, dok znakove “G” treba ignorirati.

Uputa: Označite nekako kraj riječi (npr. točkom), pozicionirajte glavu stroja tamo gdje želite zapisati rezultat (preporučeno lijevo od početne riječi), te zapišite nulu. Zatim čitajte niz znakova i za svaki znak “C” vratite se na trenutni rezultat i povećajte ga za 2 (znak, naravno, obrišite).

Zadatak nosi 15 bodova, a dodatnih 5 bodova možete dobiti tako da zadatak riješite bez uvođenja pomoćnog znaka, tj. tako da abeceda stroja bude $S = \{0, 1, \dots, 3, C, G, \sqcup\}$.

Ako ne znate riješiti zadatak, onda za 10 bodova napišite Turingov stroj koji broj na traci zapisan u bazi 4 povećava za 2 (pri čemu je na početku izvršavanja glava stroja pozicionirana na drugoj znamenci s desne strane).

Rješenje:

Abeceda stroja: $S = \{0, 1, 2, 3, C, G, \sqcup\}$

Skup stanja: $Q = \{q_0, q_{seek}, q_{found}, q_{carry}, q_f\}$

Početno stanje: q_0

Skup završnih stanja: $F = \{q_f\}$

U početnom stanju pomičemo se lijevo do prvog praznog mjesta na traci. Kada naiđemo na prazno mjesto, na njega zapisujemo 0.

$$\begin{aligned}\delta(q_0, \lambda) &= (q_0, \lambda, L) & \lambda \in \{C, G\} \\ \delta(q_0, \sqcup) &= (q_{seek}, 0, R)\end{aligned}$$

U stanju q_{seek} krećemo se prema desno i tražimo znak “C”. Ako nađemo znak “C”, preko njega ćemo zapisati “G” kako ga ne bi računali u sljedećem traženju. Ako naiđemo na prazno mjesto, završavamo s radom stroja, jer to znači da u riječi nema znaka “C”.

$$\begin{aligned}\delta(q_{seek}, \lambda) &= (q_{seek}, \lambda, R) & \lambda \in \{G, 0, 1, 2, 3\} \\ \delta(q_{seek}, C) &= (q_{found}, G, L) \\ \delta(q_{seek}, \sqcup) &= (q_f, \sqcup, S)\end{aligned}$$

U stanju q_{found} , vraćamo se do zapisa broja, kako bi mu pribrojili 2.

$$\begin{aligned}\delta(q_{found}, G) &= (q_{found}, G, L) \\ \delta(q_{found}, \zeta) &= (q_{seek}, \zeta + 2, R) & \zeta \in \{0, 1\} \\ \delta(q_{found}, \xi) &= (q_{carry}, (\xi + 2) \bmod 4, L) & \xi \in \{2, 3\}\end{aligned}$$

U stanju q_{carry} vršimo prijenos do kojeg može doći prilikom zbrajanja.

$$\begin{aligned}\delta(q_{carry}, \zeta) &= (q_{seek}, \zeta + 1, R) & \zeta \in \{0, 1, 2\} \\ \delta(q_{carry}, \sqcup) &= (q_{seek}, 1, R) \\ \delta(q_{carry}, 3) &= (q_{carry}, 0, L)\end{aligned}$$