Dodatni zadaci za vježbanje iz Programiranja 1 i 2
(funkcije, realni brojevi, nizovi, sortiranje, Horner, rekurzivne funkcije, stringovi)

Zadatak 1:
Napišite program koji učitava niz znakova, sve dok se ne unese praznina (blank) ili znak za prijelaz u novi red. Taj zadnji znak je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Učitani niz znakova interpretiramo kao binarni prikaz cijelog broja s predznakom u računalu. Ako ulazni niz sadrži samo binarne znamenke (0 ili 1), program treba ispisati dekadski zapis tog broja, prema uobičajenim pravilima. Prvi učitani znak označava predznak broja (0 je $+$, a 1 je $-$). Ostatak niza interpretiramo ovisno o predznaku: nenegativni brojevi imaju uobičajeni prikaz, a negativni brojevi se prikazuju po pravilu "komplementiraj i dodaj 1". Ako ulazni niz sadrži barem jedan znak koji nije binarna znamenka, treba ispisati odgovarajuću poruku. Smijete pretpostaviti da će ulazni niz biti dovoljno kratak, tako da je dobiveni broj prikaziv, tj. ignorirajte "prevelike" brojeve.
Primjer: za ulazni niz znakova `00011`, rezultat je 3, a za ulazni niz znakova `1101`, rezultat je -3.

Zadatak 2:
Napišite program koji učitava cijeli broj n i prirodni broj k (manji ili jednak 20). Program treba u jednoj liniji ispisati standardnu binarnu reprezentaciju broja n, kao cijelog broja s predznakom, u registru s k bitova za prikaz brojeva. Vodeći (prvi ispisani) bit označava i predznak broja (0 je $+$, a 1 je $-$), nenegativni brojevi imaju uobičajeni binarni prikaz, a negativni brojevi se prikazuju po pravilu "komplementiraj i dodaj 1". Ako je k premalen za prikaz broja n, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Primjer: za $n = 5$ i $k = 4$, rezultat je `0101`, a za $n = -5$ i $k = 5$, rezultat je `11011`.

Zadatak 3:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati najmanji prirodni broj m, veći ili jednak n, koji je neka (netrivijalna) potencija nekog prirodnog broja, tj. $m = k^\ell$, gdje su k i $\ell \geq 2$ prirodni brojevi.
Na primjer, za $n = 70$, rezultat je $m = 81 = 3^4 = 9^2$.

Zadatak 4:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati sve prirodne brojeve manje ili jednake n, koji se mogu prikazati kao suma k-tih potencija svih svojih znamenki u bazi b, gdje je k neki prirodan broj. Za svaki takav broj treba ispisati broj i pripadni eksponent k. Ako za neki nađeni broj, takvih eksponenata k ima više, treba ispisati najmanjeg.
Na primjer, u bazi $b = 10$, jedan takav broj je $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$, s eksponentom $k = 3$. Uočite da se broj 1 uvijek može prikazati na opisani način, u bilo kojoj bazi b i za bilo koji k.

Zadatak 5:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i m. Pretpostavljamo da je $m \geq 2$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati bazu b, takvu da je $2 \leq b \leq m$, u kojoj prikaz broja n ima najviše istih uzastopnih znamenki (vodeće nule ne brojimo). Osim te baze, treba ispisati pripadnu znamenku i njezin broj pojavljivanja. Ako takvih baza ima više, treba ispisati najveću. Ako ima više znamenki s istim (najvećim) brojem uzastopnih pojava u toj bazi, treba ispisati najveću takvu znamenku.
Na primjer, za $n = 10$ i $m = 6$, prikazi broja $n = 10$ u bazama b, za $2 \leq b \leq 6$, su $(1010)_2$, $(101)_3$, $(22)_4$, $(20)_5$, $(14)_6$. Samo u bazi 4 postoje dvije iste uzastopne znamenke, pa program treba ispisati 4 (baza), 2 (znamenka), 2 (broj puta).

Zadatak 6:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati najveći prirodni broj m, manji ili jednak n, koji se može prikazati kao suma faktorijela svih svojih znamenki u bazi b (vodeće nule ne brojimo, a za ostale znamenke jednake nuli vrijedi $0! = 1$).
Primjer: očito je $1 = 1!$ u svakoj bazi $b \geq 2$, pa takav broj m uvijek postoji. Netrivijalni primjer je $m = 7$ i $b = 4$, jer je $7 = (13)_4$ i vrijedi $7 = 1! + 3! = 1 + 6$.

Zadatak 7:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba provjeriti je li moguće zamjenom nekog para znamenki u zapisu broja n u bazi b, dobiti broj djeljiv sa 7. Zamjena para znamenki znači "pisanje" jedne znamenke umjesto druge, i obratno. Znamenke u tom paru moraju biti uz različite potencije baze, ali smiju biti jednake (tako da njihovom zamjenom dobijemo polazni broj). Za provjeru, nije bitno je li polazni broj n djeljiv sa 7 ili ne, tj. mora se napraviti zamjena para znamenki. Ako je odgovor potvrdan, program treba ispisati jedan takav broj (bilo koji). U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Primjer: za $n = 77$ i $b = 10$, zamjenom znamenki 7 (uz 10^1) i 7 (uz 10^0) dobivamo isti broj 77, koji je djeljiv sa 7. Za $n = 148$ i $b = 10$, odgovor je negativan, jer niti jedan od brojeva 184, 418, 841 nije djeljiv sa 7.

Zadatak 8:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati onaj broj m kojeg dobijemo tako da, u zapisu broja n u bazi b, uzmemo najdulji niz susjednih znamenki koje strogo rastu (od veće potencije baze, prema manjoj). Dobiveni podniz je zapis broja m u bazi b. Ako takvih podnizova znamenki (iste najveće duljine) ima više, treba uzeti onog za kojeg je dobiveni broj m najveći.
Primjer: za $n = 94564581$ i $b = 10$, imamo dva najdulja podniza (duljine 3) susjednih strogo rastućih znamenki 456 i 458, pa je $m = 458$. Za $n = 1234567$ i $b = 8$, u zapisu $n = (4553207)_8$ imamo dva najdulja podniza (duljine 2) susjednih strogo rastućih znamenki 45 i 07, pa je $m = 37 = (45)_8$.

Zadatak 9:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i cijeli broj k. Program treba ispisati prirodni broj m, koji iz n nastaje tako da mu znamenke u binarnom prikazu ciklički zarotiramo za k mjesta udesno.
Primjer: za $n = 33$ i $k = 4$, binarni prikaz broja 33 je $(100001)_2$, pa cikličkom rotacijom znamenki za 4 mjesta udesno dobivamo $(000110)_2$, tj. $m = 6$. Isti rezultat dobivamo i za bilo koji k oblika $k = 4 + 6j$, gdje je j cijeli broj, jer n ima 6 znamenki u bazi 2.

Zadatak 10:
Napišite program koji učitava prirodni broj n, cijeli broj k i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati prirodni broj m, koji iz n nastaje tako da mu znamenke u zapisu u bazi b ciklički zarotiramo za k mjesta udesno.
Primjer: za $n = 33$ i $k = 4$, binarni prikaz broja 33 je $(100001)_2$, pa cikličkom rotacijom znamenki za 4 mjesta udesno dobivamo $(000110)_2$, tj. $m = 6$. Isti rezultat dobivamo i za bilo koji k oblika $k = 4 + 6j$, gdje je j cijeli broj, jer n ima 6 znamenki u bazi 2.

Zadatak 11:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati sve prirodne brojeve manje ili jednake broju n, koji, bilo kojom promjenom najviše jedne od svojih znamenki u dekadskom sustavu, ne mogu dati prosti broj.
Primjeri: Broj 18 nije takav broj, jer (na primjer) zamjenom znamenke 8 u 9 dobivamo prosti broj 19. S druge strane, broj 200 je takav broj, jer su svi brojevi oblika $x00$, $2x0$, $20x$ složeni, gdje je x bilo koja dekadska znamenka (nulu 000 zanemarujemo, odnosno, interpretiramo kao složeni broj).

Zadatak 12:
Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 4$. Za sve parne prirodne brojeve m, takve da je $4 \leq m \leq n$, program treba provjeriti tzv. Goldbachovu hipotezu: "Svaki paran broj m (osim broja 2) može se napisati kao suma dva prosta broja, $m = p_1 + p_2$". Program treba pronaći koja dva parna broja u zadanom rasponu imaju najmanji, odnosno, najveći broj opisanih rastava, s tim da je $p_1 \leq p_2$. Ako takvih brojeva (s istim brojem rastava) ima više, treba uzeti najvećeg. Uz odgovarajući broj, treba ispisati i pripadni broj rastava (rastave ne treba pisati).
Na primjer, za $n = 10$, traženi rastavi parnih brojeva su $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, $10 = 3 + 7 = 5 + 5$, pa program treba ispisati 8, 1 i 10, 2.

Zadatak 13:
Prirodni broj $n \geq 2$ je kompleksan prost broj, ako su jedini rastavi broja n oblika $n = u \cdot v$, gdje su u i v kompleksni brojevi s cjelobrojnim realnim i imaginarnim dijelom, takvi da je $u \in \{\pm 1, \pm i, \pm n, \pm ni\}$. Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$ i provjerava je li taj broj kompleksan prost broj ili ne. Program treba ispisati odgovarajuću poruku i, ako n nije kompleksan prost broj, onda treba ispisati barem jedan netrivijalan rastav — realne i imaginarne dijelove brojeva u i v.
Uputa: Računanje provedite u cjelobrojnoj aritmetici, koristeći relacije za realni i imaginarni dio. Dodatno, smijete iskoristiti da broj 1 ima samo rastave gornjeg oblika u kojima je $u \in \{\pm 1, \pm i\}$, što povlači da složeni prirodan broj **ne** može biti kompleksan prost broj. Dakle, navedena provjera ima smisla samo ako je n prost broj.
Na primjer, broj 13 je prost, ali nije kompleksan prost broj, jer je $13 = (3 + 2i) \cdot (3 - 2i)$.

Zadatak 14:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n, k i ispisuje rastav binomnog koeficijenta $\binom{n}{k}$ u proste faktore. Za svaki prosti faktor treba ispisati i pripadnu potenciju kojom on dijeli $\binom{n}{k}$. Program mora raditi korektno za sve prikazive brojeve n, k.
Uputa: Iskoristite zapis binomnog koeficijenta u obliku

$$\binom{n}{j} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdots (n-j+1)}{1 \cdot 2 \cdots j},$$

gdje je j jednak manjem od brojeva k, $n - k$. Zatim, iskoristite rastav brojeva u brojniku i nazivniku na proste faktore.
Alternativa: Ako je p prost broj, za najveći eksponent m, takav da broj p^m dijeli $n!$, vrijedi formula

$$m = \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^5} \right\rfloor + \cdots .$$

Zadatak 15:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba provjeriti može li se n prikazati u obliku produkta $p^q \cdot q^p$, gdje su p i q međusobno različiti prosti brojevi. Ako takav prikaz postoji, program treba ispisati brojeve p i q. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Primjer: najmanji takav broj je $n = 2^3 \cdot 3^2 = 72$.

Zadatak 16:
Za k-ti po veličini prost broj p_k kažemo da je "dobar", ako vrijedi $p_k^2 > p_{k-i} \cdot p_{k+i}$, za sve $i = 1, \ldots, k-1$. Po definiciji, $p_1 = 2$ smatramo dobrim. Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$. Program treba ispisati najveći "dobar" prost broj p_k, manji ili jednak n.
Na primjer, broj $p_2 = 3$ nije "dobar", jer je $p_1 \cdot p_3 = 2 \cdot 5 = 10 > 9 = p_2^2$. Najmanji sljedeći "dobar" prost broj je $p_3 = 5$, jer vrijedi $p_2 \cdot p_4 = 3 \cdot 7 = 21 < 25$ i $p_1 \cdot p_6 = 2 \cdot 11 = 22 < 25$.

Zadatak 17:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati najmanji prirodni broj veći ili jednak n, koji ima barem tri različita prosta faktora.
Primjer: za $n = 16$, program treba ispisati 30, jer je 30 djeljiv s 2, 3 i 5 (i to je najmanji broj s tri različita prosta faktora), a za $n = 211$, rezultat je 220, jer je 220 djeljiv s 2, 5 i 11.

Zadatak 18:
Napišite program koji učitava dvije pozitivne dekadske znamenke a i b (između 1 i 9, i međusobno različite, što ne treba provjeravati) i prirodni broj n. Program treba ispisati n-ti po veličini prirodni broj koji se sastoji samo od znamenki a ili b u dekadskom sustavu (tj. dozvoljeno je da su sve znamenke broja jednake).
Na primjer, za $a = 2$, $b = 3$, početak takvog niza je 2, 3, 22, 23, 32, 33, 222, 223, 232, 233, 322, 323, 332, 333, ...

Zadatak 19:
Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 4$, a zatim niz od n cijelih brojeva $x_1, \ldots, x_n$. Program treba provjeriti postoje li (jedinstveni) cijeli brojevi a i b, takvi da, za sve članove niza, osim prva dva, vrijedi "rekurzivna" formula oblika

$$x_k = a \cdot x_{k-1} + b \cdot x_{k-2}, \quad 3 \leq k \leq n.$$

Ako je odgovor potvrdan, program treba ispisati a i b. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku. Zadatak treba riješiti bez upotrebe nizova!
Uputa: Pokušajte odrediti a i b iz prva 4 člana niza. Ako dobiveni linearni sustav (reda 2) nema jedinstveno rješenje, smatrajte da je odgovor negativan. Zatim provjerite jesu li rješenja cijeli brojevi i vrijedi li formula za sve članove niza.

Zadatak 20:
Za niz prirodnih brojeva x_k, $k \in \mathbb{N}$, kažemo da je Fibonaccijevog tipa, ako za prva dva člana vrijedi $x_1 = a$, $x_2 = b$, gdje su a i b neki prirodni brojevi, takvi da je $a \leq b$, a za sve ostale članove niza vrijedi $x_k = x_{k-1} + x_{k-2}$, za $k \geq 3$. Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$. Program treba pronaći onaj niz Fibonaccijevog tipa koji sadrži broj n kao (neki) član, za kojeg je zbroj prva dva člana niza $a + b$ najmanji. Za pronađeni niz, program treba ispisati prva dva člana niza a, b, i indeks k onog člana niza za kojeg je $x_k = n$. Ako postoji više takvih nizova s istim (najmanjim) zbrojem prva dva člana, treba ispisati podatke za onog u kojem je indeks k najveći.
Uputa: Niz Fibonaccijevog tipa koji sadrži n sigurno postoji, jer smijemo staviti $x_1 = 1$ i $x_2 = n$. Dakle, zbroj prva dva člana je najviše jednak $n + 1$. No, za dani n, možda postoji i takav niz s manjim zbrojem prva dva člana.
Primjer: za $n = 5$, traženi niz počinje s $a = b = 1$ (zbroj prva dva člana je 2, što je, ujedno, i najmanje moguće), i za $k = 5$ vrijedi $x_5 = 5$. Slično vrijedi i za bilo koji drugi Fibonaccijev broj, $n = F_k$, za $k \geq 2$.

Zadatak 21:
Napišite program koji učitava četiri prirodna broja a, b, m i n. Za bilo koje prirodne brojeve x_1 i x_2, kao početne članove niza x_k, $k \in \mathbb{N}$, sve ostale članove niza definiramo na sljedeći način

$$x_k = a \cdot x_{k-1} + b \cdot x_{k-2}, \quad k \geq 3.$$

Program treba ispitati postoje li prirodni brojevi x_1 i x_2, takvi da za n-ti član pripadnog niza vrijedi $x_n = m$. Ako takvi brojevi postoje, program treba ispisati onaj par x_1, x_2, s najmanjim zbrojem $x_1 + x_2$. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Uputa: Za $n = 1$, možemo uzeti $x_1 = m$, $x_2 = 1$, a za $n = 2$, rješenje je $x_1 = 1$, $x_2 = m$. Za $n \geq 3$, članovi niza strogo rastu, pa to ograničava izbor početnih članova.
Primjer: za $a = 1$, $b = 1$, $m = 3$ i $n = 4$, traženi niz počinje $x_1 = x_2 = 1$ (zbroj prva dva člana je 2, što je, ujedno, i najmanje moguće), i vrijedi $x_4 = 3$. Slično vrijedi i za bilo koji drugi Fibonaccijev broj, $m = F_n$, za $n \geq 1$.

Zadatak 22:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i m. Neka je $x_1 = n$ početni član niza, a svaki sljedeći član niza x_k dobivamo iz prethodnog na sljedeći način

$$x_k = \begin{cases} x_{k-1}/2, & \text{ako je } x_{k-1} \text{ paran,} \\ 3x_{k-1} + 1, & \text{ako je } x_{k-1} \text{ neparan.} \end{cases}$$

Računanje članova niza prekidamo kad dobijemo da je $x_k = 1$, ili bi se u sljedećem koraku dogodilo da x_{k+1} više nije prikaziv, ili kad je $k = m$. Program treba ispisati završni indeks k i najveći izračunati član niza (do prekida). Dodatno, ako se u nizu pojavi član koji je potencija broja 2, onda treba ispisati i prvi takav član (to je sigurno i najveći takav član).
Na primjer, za $n = 34$, dobivamo brojeve $x_1 = 34$, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, $x_{14} = 1$, pa je $k = 14$, najveći član u nizu je 52, a prva potencija broja 2 je 16.

Zadatak 23:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati n–ti po veličini element skupa S, gdje je $S \subseteq \mathbb{N}$ definiran na sljedeći način: (a) $1 \in S$, (b) ako je $k \in S$, onda su i $k + 5$, $k + 8 \in S$, (c) skup S sadrži samo one brojeve koji se mogu dobiti višestrukom primjenom pravila (b), počev od (a), tj. iz broja 1.
Primjer: za $n = 5$, rezultat je 14, za $n = 10$, rezultat je 22, a za $n = 15$, rezultat je 29.
Uputa: Svi elementi skupa S imaju oblik $k = 1 + 5p + 8q$, za $p, q \geq 0$. Iskoristite da su 5 i 8 relativno prosti i dokažite da za svaki prirodni broj $k \geq 29$ vrijedi $k \in S$.

Zadatak 24:
Napišite program koji učitava (veliki) prirodni broj n. Program treba generirati i ispisati u rastućem nizu sve prirodne brojeve manje ili jednake n, koji u rastavu na proste faktore imaju samo proste brojeve 2 ili 3, ili oba ta broja. Uz svaki takav broj, treba ispisati i pripadne eksponente faktora 2 i 3 u rastavu broja na proste faktore. Ako koristite niz (polje), pažljivo odaberite raspon indeksa, tako da se mogu spremiti svi takvi brojevi, a da se ne koristi puno previše memorije. Ako vam treba, smijete iskoristiti pretpostavku da je $n \leq 2^{31} - 1$.
Početak traženog niza je 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, ...

Zadatak 25:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati n–ti član rastućeg niza koji se sastoji samo od brojeva oblika 3^i ili 5^j, gdje su i, j nenegativni cijeli brojevi.
Primjer: početak traženog niza je 1, 3, 5, 9, 25, 27, 81, 125, ..., pa za $n = 6$ dobivamo rezultat 27.

Zadatak 26:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba pronaći n–ti po "redu" razlomak oblika p/q, gdje su p i q prirodni brojevi. Uređaj među takvim razlomcima definiran je tako da ranije dolaze razlomci s manjom sumom brojnika i nazivnika. Ako je ta suma ista, onda je raniji onaj razlomak s manjim brojnikom. Program treba ispisati brojeve p i q (razlomak ne treba skratiti).
Primjer: prvih nekoliko razlomaka po tom uređaju su 1/1, 1/2, 2/1, 1/3, 2/2, 3/1, 1/4, 2/3, 3/2, 4/1, ...

Zadatak 27:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve m i n. Program treba ispisati brojnik i nazivnik m-tog po veličini neskrativog racionalnog broja $q > 0$, čiji nazivnik je manji ili jednak n.
Primjer: za $n = 4$, početak niza neskrativih razlomaka s nazivnikom najviše 4 je 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 1, a nastavak niza dobiva se dodavanjem prirodnih brojeva ovom "podnizu". Za $m = 10$, odgovor je 5/3, pa program treba ispisati 5 i 3.

Zadatak 28:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati rastav broja n u najkraću moguću sumu međusobno različitih Fibonaccijevih brojeva. Dovoljno je ispisati samo pribrojnike u tom rastavu. Za Fibonaccijeve brojeve F_i vrijedi: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, i $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, za $i \geq 2$, tako da je $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3$, $F_5 = 5$, $F_6 = 8$, $F_7 = 13$, $F_8 = 21$, ...
Na primjer, za $n = 122$, traženi rastav je $122 = 89 + 21 + 8 + 3 + 1$.
Uputa: Nađite najveći Fibonaccijev broj manji ili jednak n, to je prvi pribrojnik, a zatim ponovite postupak na ostatku.

Zadatak 29:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k. Pretpostavljamo da je $k \geq 2$ (ne treba provjeravati). Program treba pronaći sve rastave broja n u obliku sume geometrijskog niza od točno k prirodnih brojeva

$$n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{k-1},$$

s tim da prvi član a i faktor niza q mogu varirati, uz dodatno ograničenje da q mora biti prirodan broj. Za svaki takav rastav, treba ispisati prvi član a i pripadni faktor q. Ako takvih rastava nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Primjer: Za $n = 6$ i $k = 2$, postoje 3 takva rastava $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$, a za $n = 8$ i $k = 3$, ne postoji takav rastav. Analogno, za $n = 19$ i $k = 3$, ne postoji takav rastav u kojem je q prirodan broj (iako je $19 = 4 + 6 + 9$, uz $a = 4$ i $q = 3/2$).

Zadatak 30:
Napišite program koji učitava prirodni broj $n \geq 2$. Program treba pronaći sve rastave broja n u obliku sume geometrijskog niza od $k \geq 2$ prirodnih brojeva

$$n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{k-1},$$

s tim da prvi član a, broj pribrojnika (duljina niza) k i faktor niza q mogu varirati, uz dodatno ograničenje da q mora biti prirodan broj. Za svaki takav rastav, treba ispisati prvi član a, duljinu k i pripadni faktor q. Napomena: za svaki $n \geq 2$, postoji bar jedan rastav duljine $k = 2$, tako da uzmemo $a = 1$ i $q = n - 1$.
Primjer: Za $n = 6$, postoje 3 takva rastava duljine $k = 2$ (to su $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3$), i jedan rastav duljine $k = 3$ (to je $6 = 2 + 2 + 2$). Za $n = 19$, postoji točno jedan takav rastav u kojem je q prirodan broj (već navedeni, za $k = 2$), iako je $19 = 4 + 6 + 9$, uz $a = 4$ i $q = 3/2$.

Zadatak 31:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k. Pretpostavljamo da je $k \geq 2$ (ne treba provjeravati). Program treba pronaći sve rastave broja n u obliku sume geometrijskog niza od točno k prirodnih brojeva

$$n = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{k-1},$$

s tim da prvi član a i faktor niza q mogu varirati, a q ne mora biti prirodan broj, već smije biti i racionalan. Za svaki takav rastav, treba ispisati prvi član a i pripadni faktor q (u obliku brojnik/nazivnik). Ako takvih rastava nema, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Primjer: Za $n = 19$ i $k = 3$, ne postoji takav rastav u kojem je q prirodan broj, ali vrijedi $19 = 4 + 6 + 9$, uz $a = 4$ i $q = 3/2$. Onda vrijedi i $19 = 9 + 6 + 4$, uz $a = 9$ i $q = 2/3$.
Uputa: Iskoristite zahtjev da svi pribrojnici moraju biti prirodni brojevi. Faktor q prikažite kao neskrativi razlomak, a zatim, računanje provedite u cjelobrojnoj aritmetici, koristeći relacije za brojnik i nazivnik.

Zadatak 32:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje s koliko nula završava broj $n!$ u dekadskom sustavu.
Primjer: za $n = 10$, broj $10! = 3628800$ završava s dvije nule, pa program treba ispisati 2.
Uputa: Nemojte računati $n!$, nego pametno "brojite" nule.

Zadatak 33:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i p. Pretpostavljamo da je $p \geq 2$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati najveći eksponent m, takav da broj p^m dijeli broj $n!$. Program mora raditi korektno za sve prikazive brojeve n, p.
Uputa: Ako je p prost broj, onda vrijedi formula

$$m = \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^5} \right\rfloor + \cdots.$$

Ako p nije prost, iskoristite ovu formulu za sve različite proste faktore broja p, vodeći računa o njihovim eksponentima u p. Na kraju, treba uzeti minimum.
Primjer: za $n = 10$ i $p = 100 = 2^2 \cdot 5^2$, dobivamo da faktor 2 ima eksponent $5 + 2 + 1 = 8$ u broju $10!$, tj. 2^2 ima "eksponent" $4 = 8/2$, a faktor 5 ima eksponent 2 u $10!$, tj. 5^2 ima "eksponent" $1 = 2/2$. Dakle, traženi $m = 1$.

Zadatak 34:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve m i p. Prvo treba provjeriti je li p prost broj. Ako je, program treba ispisati najmanji prirodni broj n, takav da broj p^m dijeli broj $n!$. Ako p nije prost, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Uputa: Za zadani n i prost broj p, najveći eksponent k, takav da p^k dijeli broj $n!$, dan je formulom

$$k = \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^5} \right\rfloor + \cdots.$$

Nađite najmanji n, za koji je $k \geq m$ u gornjoj formuli.
Primjer: za $m = 4$ i $p = 2$, rezultat je $n = 6$, tj. $2^4 = 16$ dijeli $6! = 720$, a ne dijeli $5! = 120$.

Zadatak 35:
Napišite program koji učitava prirodni broj p. Pretpostavljamo da je $p \geq 2$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati najmanji prirodni broj n, takav da p dijeli broj $n!$.
Uputa: Za zadani n, ako je p prost broj, najveći eksponent k, takav da p^k dijeli broj $n!$, dan je formulom

$$k = \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{p^5} \right\rfloor + \cdots.$$

Ako tražimo da p^m dijeli $n!$, treba naći najmanji n, za koji je $k \geq m$ u gornjoj formuli. Ako p nije prost, iskoristite ovu formulu za sve različite proste faktore broja p, vodeći računa o njihovim eksponentima u p. Na kraju, treba uzeti maksimum po svim nađenim n-ovima.
Primjer: za $p = 100 = 2^2 \cdot 5^2$, rezultat je $n = 10$, tj. 100 dijeli $10! = 3628800$, a ne dijeli $9! = 362880$. Do tog zaključka dolazimo promatrajući proste faktore 2 i 5 broja 100. Prema gornjoj formuli, najmanji n_2, takav da 2^2 dijeli $n_2!$, je $n_2 = 4$, a najmanji n_5, takav da 5^2 dijeli $n_5!$, je $n_5 = 10$. Maksimum je $n = 10$.

Zadatak 36:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve p i q. Pretpostavljamo da je $p < q$ i da je $M(p, q) = 1$, tj. da su p i q relativno prosti, pa je p/q pravi, neskrativi razlomak (to ne treba provjeravati). Program treba pronaći sve rastave razlomka p/q oblika

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}, \quad n_1 \leq n_2,$$

gdje su n_1 i n_2 prirodni brojevi. Razlomci na desnoj strani zovu se egipatski, jer im je brojnik jednak jedan. Za svaki pronađeni rastav (ako ih ima) treba ispisati par brojeva n_1 i n_2, a na kraju treba ispisati ukupan broj takvih rastava.
Primjer: za $p = 2$ i $q = 3$, dobivamo da je $2/3 = 1/2 + 1/6 = 1/3 + 1/3$, tj. traženi parovi su 2, 6 i 3, 3, a broj parova je 2.
Uputa: Računanje provedite u cjelobrojnoj aritmetici, koristeći relacije za brojnik i nazivnik.

Zadatak 37:
Napišite program koji učitava prirodne brojeve m i n, takve da je $m < n$ (ne treba provjeravati). Program treba naći rastav razlomka m/n u sumu tzv. egipatskih razlomaka (to su oni s brojnikom 1), s tim da pribrojnici u sumi moraju padati, tj. nazivnici moraju rasti

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \cdots + \frac{1}{k_\ell}, \quad k_1 \leq k_2 \leq \cdots \leq k_\ell.$$

Ovaj rastav dobivamo tako da napišemo $m/n = 1/k_1 + p/q$, gdje je k_1 najmanji prirodni broj takav da je $k_1 \geq n/m$. Kad izračunamo p i q, ovaj postupak ponovimo s razlomkom p/q, i tako redom, sve dok ne ostane 0. Program treba ispisati nazivnike egipatskih razlomaka u nađenom rastavu. Smijete ispisati i cijeli rastav u obliku sume (kao na kraju primjera).
Na primjer, za $m = 11$, $n = 12$, u prvom koraku izlazi $k_1 = 2$ i $11/12 = 1/2 + 10/24$, a zatim dobivamo $10/24 = 1/3 + 6/72$ i $6/72 = 1/12 + 0$. Prema tome, traženi rastav je $11/12 = 1/2 + 1/3 + 1/12$.
Uputa: Računanje provedite u cjelobrojnoj aritmetici, koristeći relacije za brojnik i nazivnik. Dobivene brojeve p i q smijete skratiti.

Zadatak 38:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba provjeriti je li $n < 5000$. Ako jeste, onda treba ispisati n u pojednostavljenom (strogo aditivnom) rimskom zapisu. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Na primjer, za broj $n = 1988$, pojednostavljeni rimski zapis je `MDCCCCLXXXVIII`, a ne `MCMLXXXVIII`. Analogno, za $n = 1999$, pojednostavljeni zapis je `MDCCCCLXXXXVIIII`, a ne `MCMXCIX` ili `MIM`.
Uputa: rimske "znamenke" su 1 = `I`, 5 = `V`, 10 = `X`, 50 = `L`, 100 = `C`, 500 = `D`, 1000 = `M`.

Zadatak 39:
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba provjeriti je li $n < 4000$. Ako jeste, onda treba ispisati n u standardnom (aditivnom i lokalno subtraktivnom) rimskom zapisu. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Na primjer,

$$1504 = \texttt{MDIV}, \quad 1988 = \texttt{MCMLXXXVIII}, \quad 1999 = \texttt{MCMXCIX}, \quad 2012 = \texttt{MMXII}.$$

Uputa: rimske "znamenke" su 1 = `I`, 5 = `V`, 10 = `X`, 50 = `L`, 100 = `C`, 500 = `D`, 1000 = `M`.

Zadatak 40: **(rimski brojevi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba provjeriti je li $n < 4000$. Ako jeste, onda treba ispisati n u potpuno skraćenom (aditivno–subtraktivnom) rimskom zapisu. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku.
Na primjer,

$$1890 = \texttt{MDCCCXC}, \quad 1988 = \texttt{MCMLXXXVIII}, \quad 1990 = \texttt{MXM}, \quad 1999 = \texttt{MIM}, \quad 2012 = \texttt{MMXII}.$$

Uputa: rimske "znamenke" su 1 = `I`, 5 = `V`, 10 = `X`, 50 = `L`, 100 = `C`, 500 = `D`, 1000 = `M`.

Zadatak 41: **(rimski brojevi)**
Napišite program koji učitava niz znakova, sve dok se ne unese praznina (blank) ili znak za prijelaz u novi red. Taj zadnji znak je oznaka za kraj niza, ali nije član niza. Učitani niz znakova interpretiramo kao rimski zapis prirodnog broja n. Program treba ispisati dekadski zapis tog broja, ako je ulazni niz korektan rimski zapis broja. U protivnom, treba ispisati odgovarajuću poruku. Smijete pretpostaviti da je $n < 4000$.
Na primjer,

$$\texttt{MDIV} = 1504, \quad \texttt{MDCCCLXXXVIII} = 1888, \quad \texttt{MCMXCIX} = 1999, \quad \texttt{MMXII} = 2012.$$

Uputa: rimske "znamenke" su 1 = `I`, 5 = `V`, 10 = `X`, 50 = `L`, 100 = `C`, 500 = `D`, 1000 = `M`.

Zadatak 42:
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje ga riječima. Za "velike" brojeve, ignorirajte zareze iza riječi koje opisuju potencije od 1000 (tisuća, milion, milijarda). Poželjno je da nastavci tih riječi budu korektni!
Na primjer, za $n = 1264$, treba ispisati "tisuću dvjesto šezdeset i četiri", za $n = 2133$, treba ispisati "dvije tisuće sto trideset i tri", a za 5020, treba ispisati "pet tisuća dvadeset".

Zadatak 43: **(datumi, funkcije)**
Napišite program koji će učitati dva datuma (svaki se sastoji od po 3 prirodna broja, redom: dan, mjesec i godina), te ispisati koliko dana ima u segmentu između ta dva datuma (uključivo i njih). Možete pretpostaviti da će datumi biti uneseni kronološkim redom, tj. da prvi učitani datum nikad neće biti vremenski nakon drugog.
Napomene: Datumi će biti iz segmenta od 1.1.1950. (nedjelja) do 31.12.2050. Treba pripaziti da su učitani datumi postojeći, a u protivnom vratiti poruku "Greska!". U zadanom segmentu, svaka godina djeljiva s 4 je prijestupna (npr. jedna od takvih je i 2012.), što znači da veljača tada ima 29, a ne 28 dana. Siječanj, ožujak, svibanj, srpanj, kolovoz, listopad i prosinac imaju po 31 dan, a ostali mjeseci, osim veljače, po 30 dana.

Zadatak 44: **(datumi, funkcije)**
Napišite program koji će učitati tri datuma (svaki se sastoji od po 3 prirodna broja, redom: dan, mjesec i godina), te ispisati datum kojem je dan preuzet iz najranijeg datuma, mjesec iz srednjeg datuma, a godina iz najkasnijeg. Datum ispišite u formatu "d.m.g.". Datumi mogu biti uneseni bilo kojim redom.
Napomene: Datumi će biti iz segmenta od 1.1.1950. (nedjelja) do 31.12.2050. Treba pripaziti da su učitani datumi i dobiveni datum postojeći, a u protivnom vratiti poruku "Greska!". U zadanom segmentu, svaka godina djeljiva s 4 je prijestupna (npr. jedna od takvih je i 2012.), što znači da veljača tada ima 29, a ne 28 dana. Siječanj, ožujak, svibanj, srpanj, kolovoz, listopad i prosinac imaju po 31 dan, a ostali mjeseci, osim veljače, po 30 dana.
Uputa: Svakom ispravnom datumu D (u formatu `d.m.g.`) možete pridružiti broj $f(D) := 400 \cdot \mathtt{g} + 31 \cdot \mathtt{m} + \mathtt{d}$. Za tako dobivene brojeve vrijedi:
$$D_1 \text{ je prije } D_2 \quad \Longleftrightarrow \quad f(D_1) < f(D_2).$$

Zadatak 45: **(datumi, funkcije)**
Napišite program koji će učitati jedan datum (3 prirodna broja, redom: dan, mjesec i godina), te ispisati "ponedjeljak", "utorak", "srijeda", "cetvrtak", "petak", "subota" ili "nedjelja", ovisno o tome na koji dan "pada" taj datum.
Napomene: Datumi će biti iz segmenta od 1.1.1950. (nedjelja) do 31.12.2050. Treba pripaziti da je učitani datum postojeći, a u protivnom vratiti poruku "Greska!". U zadanom segmentu, svaka godina djeljiva s 4 je prijestupna (npr. jedna od takvih je i 2012.), što znači da veljača tada ima 29, a ne 28 dana. Siječanj, ožujak, svibanj, srpanj, kolovoz, listopad i prosinac imaju po 31 dan, a ostali mjeseci, osim veljače, po 30 dana.

Zadatak 46: **(datumi, funkcije)**
Napišite program koji će učitati jedan datum (3 prirodna broja, redom: dan, mjesec i godina) i prirodni broj n, te ispisati datum koji slijedi n dana nakon učitanog datuma. Ispis treba biti u formatu "`d.m.g.`". Na primjer, ako su učitani brojevi 14, 3, 2008 i 1, program treba ispisati `15.3.2008.` .
Napomene: Datumi će biti iz segmenta od 1.1.1950. (nedjelja) do 31.12.2050. Treba pripaziti da je učitani datum postojeći, a u protivnom vratiti poruku "Greska!". U zadanom segmentu, svaka godina djeljiva s 4 je prijestupna (npr. jedna od takvih je i 2012.), što znači da veljača tada ima 29, a ne 28 dana. Siječanj, ožujak, svibanj, srpanj, kolovoz, listopad i prosinac imaju po 31 dan, a ostali mjeseci, osim veljače, po 30 dana.

Zadatak 47: **(realni)**
Napisati program koji će učitati realni broj tipa `double`, a zatim ispisati onaj broj koji bi nastao zamjenom cjelobrojnog i decimalnog dijela učitanog broja. Primjerice, ako je ulazni broj bio 75.125, program treba ispisati broj 125.75.
Napomena: Možete pretpostaviti da ulazni broj nije veći od 9999 i da nema više od 4 decimale.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 48: **(realni)**
Napisati program koji će učitati realni broj x (tipa `double`) i prirodni broj n, a zatim ispisati n-tu znamenku iza decimalne točke broja x. Primjer: za realni broj $x = 12.579361$ i $n = 3$, program treba ispisati 9.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 49: **(realni)**
Napisati program koji će unositi realne brojeve (tipa `double`) sve dok se ne unese broj manji ili jednak nuli, ili broj veći ili jednak 1000. Svaki uneseni broj (osim zadnjeg unesenog) treba korektno zaokružiti na dvije decimale i pridodati ga u sumu. Program treba ispisati tako dobivenu konačnu sumu. Primjer korektnog zaokruživanja broja na dvije decimale: $5.325 \mapsto 5.33$.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 50:
Napišite program koji će učitati realni broj (tipa `double`) te ispisati onaj broj koji bi nastao okretanjem njegovih dekadskih znamenaka. Primjerice, ako je ulazni broj bio 521.75, program treba ispisati broj 57.125.
Napomena: Možete pretpostaviti da ulazni broj nije veći od 9999 i da nema više od 4 decimale.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 51: **(nizovi, sort, realni)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n realnih brojeva (tipa `double`) koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Taj niz brojeva treba sortirati uzlazno po drugoj decimali (drugoj znamenci iza decimalne točke). Nakon sortiranja treba ispisati dobiveni niz. Ako dva broja imaju jednaku drugu decimalu, za manjeg u poretku uzmite onog koji je manji po apsolutnoj vrijednosti. Ako su i apsolutne vrijednosti brojeva iste, onda je manji u poretku onaj koji je zaista manji.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 52: **(realni)**
Napišite program koji učitava pozitivan realan broj a (tipa `double`) i bazu $b \geq 2$. Program treba ispisati prikaz broja a u bazi b, kao niz znamenki odvojenih prazninama, zajedno s točkom na pravom mjestu, s tim da iza točke ima najviše 40 znamenki. Ako broj ima egzaktan prikaz s manje znamenki iza točke, onda treba ispisati samo taj dio prikaza.
Uputa: Rastavite broj na cjelobrojni i razlomljeni dio. Znamenke razlomljenog dijela (iza točke) dobivaju se množenjem s b i uzimanjem najvećeg cijelog, a postupak se ponavlja na ostatku (razlomljenom dijelu rezultata nakon množenja).
Primjer: za $a = 4.625$ i $b = 2$, program treba ispisati `1 0 0.1 0 1`.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 53: **(realni)**
Napišite program koji učitava dva realna broja a, b (tipa `double`) i prirodni broj n. Program treba ispisati tzv. Hammingovu udaljenost brojeva a i b na prvih n dekadskih mjesta, a to je broj odgovarajućih dekadskih mjesta na kojima su znamenke u ta dva broja različite, s tim da uzimamo prvih n mjesta, počev od vodeće znamenke većeg broja. Eventualni predznak u broju treba ignorirati, a znamenke koje eventualno nedostaju u manjem broju, smatramo jednakim 0.
Primjer: za $a = 652.876$, $b = 10251.826$, $n = 6$, dobivamo udaljenost 3 na prvih 6 mjesta (do uključivo prve decimale), jer brojevi imaju iste znamenke 0 (uz 10^3), 5 (uz 10^1) i 8 (uz 10^{-1}).
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 54: **(realni)**
Napišite program koji učitava realni broj $t > 0$ (tipa `double`) i prirodni broj m. Program treba pronaći cijeli broj $a \geq 0$ i prirodne brojeve b i c, takve da je: $c \leq m$, $a^2 + b^2 = c^2$ i razlomak a/b se najmanje razlikuje (po apsolutnoj vrijednosti) od zadanog broja t, tj. vrijednost

$$d = |t - a/b|$$

je najmanja moguća. Ako broj t interpretiramo kao tangens nekog kuta, ovo najbolja racionalna aproksimacija za t, s tim da su i sinus i kosinus kuta u aproksimaciji, također, racionalni brojevi (a/c i b/c). Jedno rješenje $a = 0$, $b = c$, uvijek postoji (pripadni $d = t$), no možda ima i boljih. Ako takvih trojki a, b, c, koje daju najmanji d, ima više, ispišite onu s najmanjim c. Ako i takvih ima više, uzmite onu s najmanjim a.
Na primjer, za $t = 0.5$ i $m = 13$, moguće netrivijalne trojke (one s $a > 0$) su $3^2 + 4^2 = 5^2$ i $5^2 + 12^2 = 13^2$. Najmanji d dobivamo za $a = 5$ i $b = 12$ ($d = 0.083333$).

Zadatak 55: **(realni)**
Napišite program koji učitava tri realna broja x_0, y_0, R (tipa `double`), koji predstavljaju koordinate središta i radijus kruga u ravnini. Pretpostavljamo da je $R > 0$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati broj točaka s cjelobrojnim koordinatama koje se nalaze unutar ili na granici tog kruga, a zatim, udaljenost i koordinate najdalje takve točke od središta kruga. Ako takvih točaka ima više, dovoljno je ispisati jednu takvu točku (bilo koju).
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 56:
Napišite program koji učitava tri realna broja x_0, y_0, R (tipa `double`), koji predstavljaju koordinate središta i radijus kružnice u ravnini. Pretpostavljamo da je $R > 0$ (ne treba provjeravati). Ravnina je cjelobrojnom mrežom podijeljena na jedinične kvadrate. Duljina stranice takvog kvadrata je 1, a vrhovi mu imaju cjelobrojne koordinate. Program treba ispisati ukupan broj jediničnih kvadrata koje zadana kružnica siječe ili dira.
Primjer: za $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ i $R = 0.5$, kružnica siječe 4 jedinična kvadrata (jedan vrh im je u ishodištu), a za $x_0 = 0.5$, $y_0 = 0.5$ i $R = 0.25$, kružnica ne siječe niti jedan takav kvadrat, jer se nalazi unutar jednog kvadrata.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 57:
Napišite program koji učitava 4 realna broja x_0, y_0, R i d. Pretpostavljamo da je $R > 0$ i $d > 0$ (ne treba provjeravati). Prva dva broja su koordinate središta kružnice polumjera R u ravnini. Program treba ispisati koliko ima točaka s cjelobrojnim koordinatama, koje se nalaze na udaljenosti manjoj ili jednakoj d od zadane kružnice.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 58:
Napišite program koji učitava 5 realnih brojeva x_0, y_0, z_0, R i d. Pretpostavljamo da je $R > 0$ i $d > 0$ (ne treba provjeravati). Prva tri broja su koordinate središta sfere polumjera R u prostoru. Program treba ispisati koliko ima točaka s cjelobrojnim (svim) koordinatama, koje se nalaze na udaljenosti manjoj ili jednakoj d od zadane sfere.
Oprez: Rezultat može biti pogrešan zbog grešaka zaokruživanja — ignorirajte to!

Zadatak 59: **(nizovi)**
Napisati program koji će unositi cijele brojeve dok se ne unese 50 brojeva, ili dok se ne unese negativan broj ili nula. Program treba prebrojati koliko se puta pojavila koja znamenka u dekadskom prikazu unesenih brojeva, a zatim ispisati sve one brojeve iz niza koji u sebi imaju znamenku koja se najviše puta pojavljuje. U slučaju jednakog broja ponavljanja dviju ili više znamenki, treba uzeti najveću znamenku.

Zadatak 60: **(nizovi)**
Napisati program koji će unositi cijele brojeve dok se ne unese negativan broj ili nula. Program treba ispisati onu oktalnu znamenku koja se najčešće pojavljivala u oktalnom prikazu unesenih brojeva. Primjer: Ako su uneseni brojevi bili 12, 13, 7, 18, 16 i 35 (što bi odgovaralo oktalnim brojevima 14_8, 15_8, 7_8, 22_8, 20_8, 43_8) te -3, program treba ispisati 2. Napomena: Ako se više znamenki pojavljuje jednak (najveći) broj puta, ispisati najmanju.

Zadatak 61: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj $n < 10$ koji predstavlja duljinu niza, te niz prirodnih brojeva $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Svi elementi niza će biti manji ili jednaki 100 (ne treba provjeravati).
Program treba ispisati sve prirodne brojeve koji se mogu prikazati kao suma tri člana niza s različitim indeksima. Svaki od brojeva treba biti ispisan točno jednom; brojevi trebaju biti ispisani uzlazno po veličini!
Na primjer, ako je $n = 5$, a učitani niz brojeva je $(3, 1, 10, 2, 1)$, onda program treba ispisati brojeve $4, 5, 6, 12, 13, 14, 15$.

Zadatak 62: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava cijele brojeve $n1 \leq 10$ i $n2 \leq 10$, a zatim učitava $n1$ binarnih znamenki prvog broja i $n2$ binarnih znamenki drugog broja. Znamenke se unose počevši od krajnje lijeve (najviše). Program treba ispisati binarni broj koji nastaje zbrajanjem navedenih brojeva.
Uputa: Koristite pomoćni niz i varijablu za prijenos prilikom zbrajanja pojedinih znamenki.

Zadatak 63: **(nizovi)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n cijelih brojeva koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Program treba ispisati broj koji nastaje spajanjem dekadske znamenke koja se u tim brojevima najviše puta pojavljivala i dekadske znamenke koja se najmanje puta pojavljivala. U slučaju jednakog broja pojavljivanja treba odabrati najveću znamenku. Primjerice, ako je ulazno polje bilo 12, 15, 56, 1827, 35, 804, 99, 93, 12, onda je broj pojavljivanja pojedinih znamenki sljedeći: $0:1$, $1:4$, $2:3$, $3:2$, $4:1$, $5:3$, $6:1$, $7:1$, $8:2$, $9:3$, pa program treba ispisati broj 17.
Uputa: Broj pojavljivanja pojedine znamenke pospremite u zaseban niz i zatim pronađite najveću i najmanju vrijednost u tom nizu, zanemarujući nule.

Zadatak 64: **(nizovi)**
Napišite program koji kao unos prima prirodan broj $n < 20$, te niz od n cijelih brojeva $x_1, \ldots, x_n$, nakon čega ispisuje koliko se puta u unesenom nizu javlja aritmetička sredina svih članova tog niza

$$\frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}.$$

Na primjer, za niz $(0, 1, 0, -1)$, čija aritmetička sredina iznosi 0, program treba ispisati 2, jer se broj 0 u nizu pojavljuje dva puta. Za niz $(0, 1)$, aritmetička sredina je 0.5 i ne javlja se u nizu, pa program treba ispisati 0.

Zadatak 65: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati koliko puta se pojedini parni broj javlja kao razlika susjednih prostih brojeva manjih ili jednakih n. Broj pojavljivanja pojedinih razlika treba ispisati samo do najveće razlike koja se pojavljuje.
Na primjer, za $n = 20$, prosti brojevi su 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, a razlike susjeda su 1, 2, 2, 4, 2, 4, 2, pa se 2 javlja 4 puta, a 4 se javlja 2 puta.

Zadatak 66: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i bazu $b \geq 2$. Pretpostavljamo da je $b \leq 50$ (ne treba provjeravati). Program treba ispisati koliko puta se koja znamenka javlja u prikazu svih prostih brojeva manjih ili jednakih n, u toj bazi b.
Na primjer, za $n = 7$ i $b = 2$, prosti brojevi su $2 = (10)_2$, $3 = (11)_2$, $5 = (101)_2$ i $7 = (111)_2$, pa se znamenka 0 javlja 2 puta, a znamenka 1 se javlja 8 puta.

Zadatak 67: **(nizovi, presloži)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n cijelih brojeva koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Nakon toga, niz treba presložiti tako da se svi neparni članovi niza nalaze na lijevom kraju niza (manji indeksi), a parni desno (veći indeksi). Međusobni poredak neparnih (odnosno, parnih) brojeva nije bitan. Nakon preslagivanja, ispisati niz.

Zadatak 68: **(nizovi, sort)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n cijelih brojeva koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Niz treba sortirati uzlazno po broju jedinica u binarnom prikazu pojedinih članova. Ako dva broja imaju isti broj jedinica u binarnom prikazu, većim treba smatrati onog koji je veći (kao broj). Program treba ispisati tako sortirani niz.
Uputa: Napisati pomoćnu funkciju koja će vratiti broj jedinica u binarnom prikazu zadanog broja.

Zadatak 69: **(nizovi, izbaci)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n cijelih brojeva koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Nakon toga, iz niza treba izbaciti sve proste brojeve, te ispisati novi broj članova niza, kao i novonastali niz.
Napomena: Nije dovoljno samo ispisati tražene članove, nego ih zaista treba obrisati iz niza!

Zadatak 70: **(nizovi, izbaci)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n cijelih brojeva koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Nakon toga, iz niza treba izbaciti sve one brojeve koji u svom binarnom prikazu imaju strogo više nula nego jedinica. Nakon izbacivanja takvih brojeva, potrebno je ispisati novi broj članova niza, kao i novonastali niz.
Napomena: Nije dovoljno samo ispisati tražene članove, nego ih zaista treba obrisati iz niza!

Zadatak 71: **(nizovi, izbaci)**
Napisati program koji će učitati prirodni broj $n \leq 50$, a zatim n cijelih brojeva koje treba pospremiti u odgovarajući niz. Nakon toga, iz niza treba izbaciti sve neparne brojeve, te ispisati novi broj članova niza, kao i novonastali niz.
Napomena: Nije dovoljno samo ispisati tražene članove, nego ih zaista treba obrisati iz niza!

Zadatak 72: **(nizovi, Horner)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve m i n takve da je $m+n<100$, te $m+n+1$ realnih brojeva $(a_i)_{i=0}^{m+n}$, tipa `double`. Program treba ispisati koliko je $p(a_0)$, pri čemu je

$$p(x)=\frac{\sum_{i=1}^{m}a_ix^i}{\sum_{i=m+1}^{m+n}a_ix^{i-m}}.$$

Na primjer, za `m=3`, `n=2` i niz brojeva `a[] = {2, 3, 5, 7, 11, 13}`, program treba ispisati `1.10811` (ako je ispis u `%g` formatu), jer je

$$p(2)=\frac{3\cdot 2+5\cdot 2^2+7\cdot 2^3}{11\cdot 2+13\cdot 2^2}=\frac{6+20+56}{22+52}=\frac{82}{74}=\frac{41}{37}=1.10811.$$

Zadatak 73: **(nizovi, Horner)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve m i n takve da je $m+n<100$, te $m+n+1$ realnih brojeva $(a_i)_{i=0}^{m+n}$, tipa `double`. Program treba ispisati koliko je $p(a_m)$, pri čemu je

$$p(x)=\frac{\sum_{i=0}^{m-1}a_ix^{i+1}}{\sum_{i=m+1}^{m+n}a_ix^{i-m}}.$$

Na primjer, za `m=3`, `n=2` i niz brojeva `a[] = {2, 3, 5, 7, 11, 13}`, program treba ispisati `2.62745` (ako je ispis u `%g` formatu), jer je

$$p(7)=\frac{2\cdot 7+3\cdot 7^2+5\cdot 7^3}{11\cdot 7+13\cdot 7^2}=\frac{14+147+1715}{77+637}=\frac{1876}{714}=\frac{134}{51}=2.62745.$$

Zadatak 74: **(nizovi, Horner)**
Napišite program koji učitava prirodni broj $n<10$, te n^2+1 realnih brojeva $(a_i)_{i=0}^{n^2}$, tipa `double`. Program treba ispisati koliko je $p(a_0)$, pri čemu je

$$p(x)=\prod_{i=0}^{n-1}\sum_{j=n\cdot i+1}^{n\cdot(i+1)}a_jx^{j-n\cdot i-1}.$$

Na primjer, za `n=3` i niz brojeva `a[] = {0.7, 2, 0.3, 0.5, 2, 0.3, 0.5, -2, 3, -7}`, program treba ispisati `-20.07` (ako je ispis u `%g` formatu), jer je

$$\begin{aligned}p(0.7)&=(2+0.3\cdot 0.7+0.5\cdot 0.7^2)\cdot(2+0.3\cdot 0.7+0.5\cdot 0.7^2)\cdot(-2+3\cdot 0.7-7\cdot 0.7^2)\\&=2.455\cdot 2.455\cdot(-3.33)=-20.06999325\\&\approx -20.07.\end{aligned}$$

Zadatak 75: **(nizovi, Horner)**
Napišite program koji učitava prirodni broj $n<10$, te n^2+1 realnih brojeva $(a_i)_{i=0}^{n^2}$, tipa `double`. Program treba ispisati koliko je $p(a_{n^2})$, pri čemu je

$$p(x)=\prod_{i=0}^{n-1}\sum_{j=n\cdot i}^{n\cdot(i+1)-1}a_jx^{j-n\cdot i}.$$

Na primjer, za `n=3` i niz brojeva `a[] = {2, 0.3, 0.5, 2, 0.3, 0.5, -2, 3, -7, 0.7}`, program treba ispisati `-20.07` (ako je ispis u `%g` formatu), jer je

$$\begin{aligned}p(0.7)&=(2+0.3\cdot 0.7+0.5\cdot 0.7^2)\cdot(2+0.3\cdot 0.7+0.5\cdot 0.7^2)\cdot(-2+3\cdot 0.7-7\cdot 0.7^2)\\&=2.455\cdot 2.455\cdot(-3.33)=-20.06999325\\&\approx -20.07.\end{aligned}$$

Zadatak 76: **(nizovi, Horner)**
Napišite program koji učitava prirodni broj $n < 20$, te $n + 1$ realnih brojeva $(a_i)_{i=0}^{n}$, tipa `double`. Program treba ispisati koliko je $p(a_0)$, pri čemu je

$$p(x) = \prod_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^{i+1} a_j x^{j-1}.$$

Na primjer, za `n=3` i niz brojeva `a[] = {0.7, 2, 0.3, 0.5}`, program treba ispisati `10.8511` (ako je ispis u `%g` formatu), jer je

$$p(0.7) = 2 \cdot (2 + 0.3 \cdot 0.7) \cdot (2 + 0.3 \cdot 0.7 + 0.5 \cdot 0.7^2) = 2 \cdot 2.21 \cdot 2.455 = 10.8511.$$

Zadatak 77: **(nizovi, Horner)**
Napišite program koji učitava prirodni broj $n < 20$, te $n + 1$ realnih brojeva $(a_i)_{i=0}^{n}$, tipa `double`. Program treba ispisati koliko je $p(a_n)$, pri čemu je

$$p(x) = \prod_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{i} a_j x^{j}.$$

Na primjer, za `n=3` i niz brojeva `a[] = {2, 0.3, 0.5, 0.7}`, program treba ispisati `10.8511` (ako je ispis u `%g` formatu), jer je

$$p(0.7) = 2 \cdot (2 + 0.3 \cdot 0.7) \cdot (2 + 0.3 \cdot 0.7 + 0.5 \cdot 0.7^2) = 2 \cdot 2.21 \cdot 2.455 = 10.8511.$$

Zadatak 78: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj 3^n u dekadskom sustavu. Program mora raditi korektno za sve $n \leq 100$.
Uputa: Brojeve prikažite nizom znamenki u nekoj povoljno odabranoj bazi i računajte u toj bazi.

Zadatak 79: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj 2^n u dekadskom sustavu. Program mora raditi korektno za sve $n \leq 300$.
Uputa: Brojeve prikažite nizom znamenki u nekoj povoljno odabranoj bazi i računajte u toj bazi.

Zadatak 80: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje n-ti Fibonaccijev broj F_n. Program mora raditi korektno za sve $n \leq 500$. Za Fibonaccijeve brojeve F_i vrijedi: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, i $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, za $i \geq 2$, tako da je $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3$, $F_5 = 5$, $F_6 = 8$, $F_7 = 13$, $F_8 = 21$, $\ldots$.
Uputa: Brojeve prikažite nizom znamenki u nekoj povoljno odabranoj bazi i računajte u toj bazi.

Zadatak 81: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj 2^{-n} u dekadskom sustavu. Treba ispisati sve decimale tog broja, do one iza koje slijede same nule. Program mora raditi korektno za sve $n \leq 100$.
Uputa: Brojeve prikažite nizom znamenki u nekoj povoljno odabranoj bazi i računajte u toj bazi.

Zadatak 82: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje broj $n!$ u dekadskom sustavu. Program mora raditi korektno za sve $n \leq 100$.
Uputa: Brojeve prikažite nizom znamenki u nekoj povoljno odabranoj bazi i računajte u toj bazi.

Zadatak 83: **(nizovi)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n, k i ispisuje vrijednost binomnog koeficijenta $\binom{n}{k}$ u dekadskom sustavu. Program mora raditi korektno za sve n, $k \leq 100$.
Uputa: Brojeve prikažite nizom znamenki u nekoj povoljno odabranoj bazi i računajte u toj bazi.

Zadatak 84: **(rekurzije)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje vrijednost $f_{91}(n)$, gdje je funkcija f_{91} zadana na sljedeći način

$$f_{91}(n) = \begin{cases} n - 10, & \text{za } n > 100, \\ f_{91}(f_{91}(n+11)), & \text{za } n \le 100. \end{cases}$$

Zadatak 85: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i provjerava koliko ima prostih brojeva manjih ili jednakih n, koji ostaju prosti za sve moguće permutacije svojih dekadskih znamenki. Ako je potrebno, smijete pretpostaviti da je $n < 10000$. Program treba ispisati sve takve proste brojeve, a na kraju treba ispisati ukupan broj pronađenih brojeva.
Na primjer, takvi prosti brojevi su 13 (31 je prost) i 113 (131, 311 su prosti). Naravno, onda to vrijedi i za 31, 131, 311.

Zadatak 86: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n i ispisuje na koliko se načina broj n može rastaviti u sumu strogo rastućih prirodnih brojeva, tako da razlika susjednih pribrojnika u toj sumi ne bude veća od 2. Suma mora imati barem dva pribrojnika.
Na primjer, za $n = 11$, postoje 3 takva rastava

$$5 + 6, \quad 2 + 4 + 5, \quad 1 + 2 + 3 + 5.$$

Zadatak 87: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može napisati kao suma nepadajućih prirodnih brojeva (tzv. broj particija $p(n)$ broja n). Jednočlana "suma" (sam broj) se, također, broji.
Na primjer, za $n = 4$, svi takvi rastavi su

$$4, \quad 1 + 3, \quad 2 + 2, \quad 1 + 1 + 2, \quad 1 + 1 + 1 + 1,$$

pa ih ima 5, tj. $p(4) = 5$.

Zadatak 88: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i k. Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može napisati kao suma od točno k nepadajućih prirodnih brojeva.
Na primjer, za $n = 6$ i $k = 3$, postoje 3 takva rastava

$$1 + 1 + 4, \quad 1 + 2 + 3, \quad 2 + 2 + 2.$$

Zadatak 89: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d. Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može napisati kao suma strogo rastućih prirodnih brojeva, s tim da je razlika susjednih pribrojnika veća ili jednaka d. Suma mora imati barem dva pribrojnika.
Na primjer, za $n = 11$ i $d = 2$, postoji 6 takvih rastava

$$1 + 3 + 7, \quad 1 + 4 + 6, \quad 1 + 10, \quad 2 + 9, \quad 3 + 8, \quad 4 + 7.$$

Zadatak 90: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d. Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može prikazati kao suma strogo rastućih prirodnih brojeva, uz uvjet da je razlika susjednih pribrojnika djeljiva s d. Suma mora imati barem dva pribrojnika.
Na primjer, za $n = 11$ i $d = 2$, postoji samo jedan takav rastav $1 + 3 + 7$, a za $n = 12$ i $d = 2$, postoji 5 takvih rastava

$$2 + 4 + 6, \quad 2 + 10, \quad 3 + 9, \quad 4 + 8, \quad 5 + 7.$$

Zadatak 91: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodne brojeve n i d. Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može prikazati kao suma nepadajućih prirodnih brojeva, uz uvjet da su svi pribrojnici veći ili jednaki d. Jednočlana "suma" (sam broj) se, također, broji, ako zadovoljava uvjet.
Na primjer, za $n = 11$ i $d = 3$, postoji 6 takvih rastava

$$3 + 3 + 5, \quad 3 + 4 + 4, \quad 3 + 8, \quad 4 + 7, \quad 5 + 6, \quad 11.$$

Zadatak 92: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba ispisati na koliko se različitih načina broj n može prikazati kao suma nepadajućih kvadrata prirodnih brojeva. Jednočlana "suma" (sam broj) se, također, broji, ako je n kvadrat nekog prirodnog broja.
Na primjer, za $n = 9$, postoje 4 takva rastava

$$9, \quad 1 + 4 + 4, \quad 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4, \quad 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.$$

Zadatak 93: **(rekurzivne funkcije)**
Napišite program koji učitava prirodni broj n. Program treba pronaći najkraći rastav broja n u sumu nerastućih kvadrata prirodnih brojeva. Jednočlana "suma" (sam broj) se, također, broji, ako je n kvadrat nekog prirodnog broja. Program treba ispisati broj pribrojnika u tom rastavu (duljina rastava), ukupan broj različitih najkraćih rastava i onaj rastav s najvećim početnim pribrojnicima, po redosljedu u sumi.
Uputa: Svaki prirodni broj može se rastaviti kao suma od najviše 4 kvadrata prirodnih brojeva.
Na primjer, za $n = 33$, postoje 3 rastava u sumu od najviše 4 kvadrata prirodnih brojeva

$$25 + 4 + 4, \quad 16 + 16 + 1, \quad 16 + 9 + 4 + 4.$$

Duljina najkraćeg je 3, ima ih 2, a najveće početne pribrojnike ima rastav $25 + 4 + 4$.

Zadatak 94: **(matrice)**
Kažemo da je matrica koja se sastoji samo binarnih znamenki "hrvatska", ako u svakom retku i u svakom stupcu naizmjenično dolaze znamenke 0 i 1. Napišite program koji učitava prirodne brojeve m i n, takve da je $m, n < 20$, i matricu koja će se sastojati samo od binarnih znamenki (ne treba provjeravati). Program treba provjeriti je li učitana matrica "hrvatska". Ako je, treba ispisati riječ `DA`. U protivnom, treba ispisati riječ `NE`. Gornji lijevi element "hrvatske" matrice smije biti i 0 i 1.
Na primjer, za učitanu matricu

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

treba ispisati `DA`.

Zadatak 95: **(stringovi)**
Napišite program koji učitava niz stringova, odvojenih prazninama (blankovima). Smijete pretpostaviti da niti jedan učitani string neće imati više od 11 znakova različitih od praznine. Svaki učitani string (bez nul-znaka na kraju) interpretiramo kao oktalni zapis nekog prirodnog broja ili nule. Program prvo treba provjeriti je li taj string korektan oktalni zapis nekog broja, tj. sadrži li samo znakove `0`..`7`. Ako neki string nije korektan, treba prekinuti učitavanje i ispisati odgovarajuću poruku. U suprotnom, ako je string korektan, treba naći pripadni broj. Ako je taj broj jednak nuli, onda ga smatramo oznakom za kraj učitanog niza brojeva. Program treba ispisati sumu svih učitanih brojeva u dekadskom i oktalnom zapisu.
Uputa: Koristite `%11s` format za čitanje stringova.
Primjer: za ulazni niz stringova `375 26 71 0`, pripadni brojevi su 253, 22, 57 i 0, a njihov zbroj je $332 = (\texttt{514})_8$.

Zadatak 96: **(stringovi)**
Napišite program koji učitava niz stringova, odvojenih prazninama (blankovima). Smijete pretpostaviti da niti jedan učitani string neće imati više od 8 znakova različitih od praznine. Svaki učitani string (bez nul-znaka na kraju) interpretiramo kao heksadecimalni zapis nekog prirodnog broja ili nule. Program prvo treba provjeriti je li taj string korektan heksadecimalni zapis nekog broja, tj. sadrži li samo znakove `0..9`, `A..F`. Ako neki string nije korektan, treba prekinuti učitavanje i ispisati odgovarajuću poruku. U suprotnom, ako je string korektan, treba naći pripadni broj. Ako je taj broj jednak nuli, onda ga smatramo oznakom za kraj učitanog niza brojeva. Program treba ispisati sumu svih učitanih brojeva u dekadskom i heksadecimalnom zapisu.
Uputa: Koristite `%8s` format za čitanje stringova.
Primjer: za ulazni niz stringova `1FA 2A B1 0`, pripadni brojevi su 506, 42, 177 i 0, a njihov zbroj je $725 = (\texttt{2D5})_{16}$.