Programiranje 1
10. predavanje

Saša Singer

singer@math.hr
web.math.pmf.unizg.hr/~singer

PMF – Matematički odsjek, Zagreb

Sadržaj predavanja

- Funkcije:
  - Definicija funkcije.
  - Naredba `return`.
  - Funkcija tipa `void`.
  - Funkcija bez argumenata.
  - Deklaracija funkcije.
  - Prijenos argumenata po vrijednosti.
  - Vraćanje vrijednosti preko argumenata.
  - Funkcije bez prototipa (ne koristiti!).
  - Primjeri funkcija za algoritme na cijelim brojevima.
  - Rekurzivne funkcije.

Informacije — Praktični kolokvij

Praktični kolokvij — prvi krug kreće sljedeći tjedan:

- srijeda, 13. 12., — utorak, 19. 12..
- subota, 16. 12., je uključena (prazni praktikumi).

Svi termini su već poznati, samo aplikacija još nije spremna.

Prijava za PK = "zauzimanje termina" kreće

- u nedjelju, 10. 12.. u 12:00 sati (podne!),
- preko aplikacije za zadaće!

Sami birate termin (i praktikum) — po sistemu "tko prije . . .".

Prijave za termin se zatvaraju dan prije termina, u 12:00 sati.

Praktični kolokvij — upute: vježbajte!

Zapamtite: Vrijeme za rješenje je 45 minuta.

- Zadaci su objavljeni na webu — pod Materijali, 3. točka.

U praktični kolokvij ulaze svi zadaci!

- Smijete koristiti funkcije (lakše je), ali ne morate,
- a "nizovi" nisu potrebni.

Korisno je odmah pogledati i početi vježbati, ako već niste.

Bilo bi vrlo lijepo da na praktičnom znate

- nakucati nešto, prevesti to (compile), isprobati (run), ...
- i još dobiti točne rezultate — samo to provjeravamo.

Dakle, vježbajte!

Praktični kolokvij — upute: pripremite se!

Barem dan–dva prije praktičnog kolokvija provjerite:

- da vam account "štima",
- da se znate "logirati",
- da znate naći IDE u kojem mislite raditi.

Uz svaki ponuđeni termin piše i praktikum u kojem se radi,

- tj. sami birate termin i praktikum.

Dakle, imate dovoljno vremena za isprobati (na licu mjesta) "je l' vam sve radi".

Ako vam account ne radi na praktičnom kolokviju, ili si ne znate password, ili ne znate naći/koristiti compiler, ...

- to je vaš problem. Što se nas tiče — to je pad.

Informacije

Na webu imate dodatak ovom predavanju — o funkcijama za neke probleme:

- provjera je li broj prost i prosti faktori broja,
- binomni koeficijenti i Pascalov trokut,
- obično i binarno potenciranje.

Tema sljedećeg predavanja je "Ulaz i izlaz podataka".

Na mom webu, pod dodatnim materijalima za Prog1 i Prog2, nalazi se tekst

- `in_out.pdf` (7 stranica, 59 kB),

koji sadrži detaljan opis funkcija za formatirani ulaz i izlaz podataka. Pogledajte za sljedeće predavanje!

Funkcije

Sadržaj

- Funkcije:
  - Definicija funkcije.
  - Naredba `return`.
  - Funkcija tipa `void`.
  - Funkcija bez argumenata.
  - Deklaracija funkcije.
  - Prijenos argumenata po vrijednosti.
  - Vraćanje vrijednosti preko argumenata.
  - Funkcije bez prototipa (ne koristiti!).
  - Primjeri funkcija za algoritme na cijelim brojevima.
  - Rekurzivne funkcije.
  - Funkcije s varijabilnim brojem argumenata.

Definicija funkcije

Funkcija je programska cjelina koja

- uzima neke ulazne podatke,
- izvršava određeni niz naredbi,
- i vraća rezultat svog izvršavanja na mjesto poziva.

Slično kao u matematici: domena, kodomena, "pravilo".

Definicija funkcije ima oblik:

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,
                         ..., tip_n arg_n)
{
    tijelo funkcije
}
```

Definicija funkcije (nastavak)

Opis pojedinih dijelova definicije funkcije:

- `tip_podatka` je tip podatka koji će funkcija vratiti kao rezultat svog izvršavanja (opis kodomene funkcije).
- `ime_funkcije` je identifikator.
- Unutar okruglih zagrada, iza imena funkcije, nalazi se deklaracija formalnih argumenata funkcije (ako ih ima).
  - Prvi argument `arg_1` je lokalna varijabla tipa `tip_1`,
  - drugi argument `arg_2` je lokalna varijabla tipa `tip_2`, i tako redom.

  Formalni argumenti opisuju domenu funkcije.
- Deklaracije pojedinih argumenata međusobno se odvajaju zarezom (to nije zarez operator).

Definicija funkcije (nastavak)

Prvi dio definicije funkcije, ispred tijela,

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,
                         ..., tip_n arg_n)
```

katkad se još zove i zaglavlje funkcije.

Okrugle zagrade ( ) moraju se napisati, čak i kad nema argumenata (v. malo kasnije), jer signaliziraju da je riječ o funkciji, a ne o nečem drugom (na pr. obična varijabla).

Na kraju definicije, iza zaglavlja, nalazi se tijelo funkcije.

- Tijelo funkcije piše se unutar vitičastih zagrada i ima strukturu bloka, odnosno, složene naredbe.

Tijelo funkcije

Svaki blok ili složena naredba u programu sastoji se od

- deklaracija objekata (varijabli, tipova) i izvršnih naredbi,

koje se izvršavaju ulaskom u blok.

Isto vrijedi i za tijelo funkcije, a izvršavanje počinje pozivom funkcije.

Za bilo koji blok, pa tako i za tijelo funkcije, vrijede sljedeća pravila o redoslijedu deklaracija i izvršnih naredbi.

- Po standardu C90, deklaracije svih objekata moraju prethoditi prvoj izvršnoj naredbi.
- Standard C99 dozvoljava deklaracije objekata bilo gdje u bloku, samo da su prije prvog korištenja objekta.

(Detaljnije u poglavlju "Struktura programa" na Prog2.)

Formalni argumenti kao varijable

Formalni argumenti `arg_1`, ..., `arg_n`, deklarirani u zaglavlju

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,
                         ..., tip_n arg_n)
```

tom deklaracijom postaju

- lokalne varijable u toj funkciji.

Smijemo ih normalno koristiti, ali samo lokalno,

- unutar tijela te funkcije.

Razlika između ovih varijabli i ostalih varijabli, deklariranih u tijelu funkcije:

- formalni argumenti dobivaju vrijednost prilikom poziva funkcije — iz stvarnih argumenata (navedenih u pozivu).

Formalni argumenti kao varijable (nastavak)

To je kao kad zadajemo "točku" u kojoj treba izračunati vrijednost funkcije.

Na primjer, pišemo algoritam za računanje vrijednosti $\sin(x)$

- u bilo kojoj zadanoj točki x (probajte smisliti algoritam).

Algoritam možemo realizirati kao funkciju s imenom `sin`,

- kojoj će zadana vrijednost `x` biti formalni argument,
- a cijeli postupak pišemo u terminima te varijable `x`, bez obzira na stvarnu vrijednost te varijable.

Kod poziva te funkcije, moramo zadati "pravu" (konkretnu) vrijednost za `x` u kojoj želimo izračunati vrijednost funkcije.

- Ta vrijednost u pozivu je stvarni argument.

Na primjer, u pozivu `sin(2.35)`, stvarni argument je `2.35`.

Povratna vrijednost funkcije

Što sve može biti vrijednost funkcije, tj.

- što se smije navesti kao `tip_podatka` u zaglavlju?

Pravilo. Funkcija može vratiti

- aritmetički tip, strukturu, uniju, ili pokazivač,

ali ne može vratiti drugu funkciju ili polje. Međutim, može vratiti pokazivač na funkciju ili na polje (prvi element polja).

Usput, ako `tip_podatka` nije naveden (što je dozvoljeno),

- pretpostavlja se da funkcija vraća podatak tipa `int`.

Nemojte to koristiti — prevoditelj to radi samo zbog kompatibilnosti s prastarim C programima (pisanim u "prvotnom" C-u prema KR1, prije ANSI/ISO standarda).

Naredba `return`

Funkcija vraća rezultat svog izvršavanja naredbom `return`. Opći oblik te naredbe je:

```
return izraz;
```

Izraz se može staviti u okrugle zagrade, ali to nije nužno.

```
return (izraz);
```

Ako je tip vrijednosti izraza u naredbi `return` različit od tipa podatka koji funkcija vraća,

- vrijednost izraza će biti pretvorena u `tip_podatka`.

Naredba `return`, ujedno, završava izvršavanje funkcije.

Što se zbiva nakon `return`?

Izvršavanje programa nastavlja se tamo gdje je funkcija bila pozvana, a vraćena vrijednost (ako je ima)

- "uvrštava" se umjesto poziva funkcije.

Primjer. Poziv funkcije `sin` u sklopu složenog izraza

```
double y, phi, r;
...
r = 6.81;
phi = 2.35;
y = r * sin(phi);
```

Trigonometrijske funkcije postoje u standardnoj biblioteci. Pripadna datoteka zaglavlja je `<math.h>`.

Korištenje povratne vrijednosti

Ako funkcija vraća neku vrijednost,

- povratna vrijednost se ne mora iskoristiti na mjestu poziva, već se može i "odbaciti".

Primjer. Standardne funkcije `scanf` i `printf`, također, vraćaju neku vrijednost (više na sljedećem predavanju).

Uobičajeni pozivi tih funkcija "odbacuju" vraćenu vrijednost!

```
scanf("%d", &n);     printf(" n = %d\n", n);
```

Ako nam vraćene vrijednosti trebaju, smijemo napisati

```
procitano = scanf("%d", &n);
napisano = printf(" n = %d\n", n);
```

Primjer funkcije

Primjer. Sljedeća funkcija pretvara mala slova engleske abecede u velika. Ostale znakove ne mijenja.

- Formalni argument je samo jedan (`c`) i tipa je `char`.
- Vraćena vrijednost je tipa `char`.
- Ime funkcije je `malo_u_veliko`.

```
char malo_u_veliko(char c)
{
    char znak;
    znak = ('a' <= c && c <= 'z') ?
            ('A' + c - 'a') : c;
    return znak;
}
```

Objašnjenje algoritma

Algoritam. Možemo pitati znak–po–znak, ali to nije potrebno.

Za sve standardne kôdove znakova (na pr. ASCII) u tipu `char` vrijedi sljedeće.

- Mala slova engleske abecede dolaze "u bloku" — jedno za drugim: `'a'`, `'b'`, ..., `'z'`,
- tj. pripadni kôdovi rastu za po jedan, počev od `'a'`.
- Potpuno isto vrijedi i za velika slova: `'A'`, `'B'`, ..., `'Z'`.

A sad iskoristimo da je tip `char`, zapravo, cjelobrojni tip, pa postoji uspoređivanje i aritmetika znakova.

Zato test "je li `c` malo slovo" glasi:

- `'a' <= c && c <= 'z'` (uspoređivanje znakova).

Objašnjenje algoritma (nastavak)

Nadalje, odgovarajuće malo slovo (`c`) i veliko slovo (`znak`)

- mora biti jednako "pomaknuto" (ili udaljeno) u odnosu na odgovarajuće "početno" slovo — `'a'`, odnosno, `'A'`.

Za ove pomake koristimo aritmetiku znakova.

- Pomak malog slova `c` od slova `'a'` = `c - 'a'`.
- Pomak velikog slova `znak` od slova `'A'` = `znak - 'A'`.

Kad ih izjednačimo, slijedi `znak - 'A' = c - 'a'`. Onda je

- `znak = 'A' + c - 'a'` (to tražimo).

Prednosti ovog algoritma:

- Nije bitno jesu li velika slova ispred malih, ili obratno!
- Ne moramo znati pripadne kôdove znakova.

Poziv funkcije

Funkcija se poziva navođenjem

- imena funkcije i
- liste (popisa) stvarnih argumenata u zagradama.

Primjer. Poziv funkcije `malo_u_veliko` može izgledati ovako:

```
veliko = malo_u_veliko(slovo);
```

Ovdje je varijabla `slovo`

- jedini stvarni argument u pozivu funkcije.

Trenutna vrijednost te varijable se prenosi u funkciju,

- kao početna vrijednost formalnog argumenta `c`.

Primjer poziva funkcije

Primjer. Glavni program (funkcija `main`) s pozivom funkcije `malo_u_veliko` iz prethodnog primjera (v. `p_01.c`).

```
int main(void)
{
    char malo, veliko;

    printf(" Unesite malo slovo: ");
    scanf("%c", &malo);
    veliko = malo_u_veliko(malo);
    printf("\n Veliko slovo = %c\n", veliko);
    return 0;
}
```

Za ulaz: `d`, dobijemo izlaz: `D`.

Poziv funkcije — izraz kao stvarni argument

Stvarni argument funkcije može biti izraz. Sasvim općenito,

- stvarni argument je uvijek izraz.

Prvo se računa vrijednost tog izraza, a zatim se ta vrijednost prenosi u funkciju — dodjeljuje formalnom argumentu.

Primjer. Poziv trigonometrijske funkcije `sin(2 * x + y)`.

Primjer. Pozivi funkcije `malo_u_veliko` mogu biti i ovo:

```
veliko = malo_u_veliko('a' + 3);
veliko = malo_u_veliko(veliko + 3);
```

Rezultati su: `D` i `G` (v. `p_01a.c`).

Uočite da u drugom pozivu nema pretvaranja u veliko slovo.

Primjer funkcije — varijante zapisa

Funkciju `malo_u_veliko` možemo napisati na razne načine.

Cijeli uvjetni izraz možemo odmah napisati u `return` naredbi, tako da nam varijabla `znak` uopće ne treba (v. `p_02.c`).

```
char malo_u_veliko(char c)
{
    return ('a' <= c && c <= 'z') ?
            ('A' + c - 'a') : c;
}
```

Okrugle zagrade, također, nisu potrebne,

- zbog niskog prioriteta uvjetnog operatora.

Služe samo za preglednost.

Primjer funkcije — varijante zapisa (nastavak)

Usput, ako obrišemo okrugle zagrade, dobijemo ovo:

```
char malo_u_veliko(char c)
{
    return 'a' <= c && c <= 'z' ? 'A' + c - 'a' : c;
}
```

Pa vi probajte pročitati! Izgleda prilično "odurno", zar ne, iako uredno radi (v. `p_03.c`).

Napomena. Naša funkcija `malo_u_veliko` radi isto što i

- standardna funkcija `toupper` iz `<ctype.h>`.

U toj datoteci zaglavlja postoji još hrpa funkcija za testiranje znakova (v. drugi semestar).

Višestruke `return` naredbe

Ako se programski tok grana unutar funkcije, onda smijemo

- imati više `return` naredbi unutar iste funkcije.

Primjer. Funkcija koja pretvara mala u velika slova, napisana `if-else` naredbom (v. `p_04.c`).

```
char malo_u_veliko(char c)
{
    if ('a' <= c && c <= 'z')
        return ('A' + c - 'a');
    else
        return c;
}
```

Funkcija bez rezultata — tipa `void`

Ako funkcija ne vraća nikakvu vrijednost, onda se za tip "vraćene vrijednosti" koristi ključna riječ **`void`** ("prazan").

Primjer. Ispis maksimalnog od dva cijela broja (v. `maxi_1.c`).

```
void ispisi_max(int x, int y)
{
    int max;
    max = (x >= y) ? x : y;
    printf(" Maksimalna vrijednost = %d\n", max);
    return;
}
```

Naredba **`return`** nema izraz. Ako je na kraju funkcije, može biti izostavljena. No, bolje ju je zadržati, radi preglednosti.

Funkcija bez rezultata (nastavak)

Kod poziva takve funkcije (tipa `void`) treba malo paziti.

Zato što funkcija ne vraća nikakvu vrijednost,

- povratna vrijednost se ne smije "iskoristiti" na mjestu poziva.

Primjer. Na pokušaj korištenja povratne vrijednosti, poput

```
m = ispisi_max(x, y);
```

prevoditelj bi se trebao "pobuniti" i javiti grešku.

Ako ne javi grešku i prevede takav program,

- dodijeljena vrijednost je sigurno neko "smeće".

Isto vrijedi i za prevoditelj!

Funkcija bez argumenata

Funkcija koja nema nikakve argumente definira se ovako:

```
tip_podatka ime_funkcije(void)
{
    tijelo funkcije
}
```

Ključna riječ `void` (unutar zagrada) označava da funkcija ne uzima argumente.

Napomena. Ovakve funkcije nisu besmislene. Na primjer, standardna funkcija `getchar` za čitanje jednog znaka (sa standardnog ulaza) nema argumenata (v. sljedeće predavanje).

Osim toga, glavni program — funkcija `main`, također, bar zasad, nema argumenata. Može ih imati (v. drugi semestar).

Funkcija bez argumenata — poziv

Poziv takve funkcije ima

- praznu listu stvarnih argumenata u zagradama.

Primjer. Poziv funkcije bez argumenata.

```
varijabla = ime_funkcije();
```

Zagrade `()` su obavezne, jer informiraju prevoditelj da je

- identifikator `ime_funkcije` ime funkcije,

a ne nešto drugo (na pr. obična varijabla).

Deklaracija funkcije

Do sad smo odvojeno pisali funkciju i glavni program (`main`) u kojem se poziva funkcija.

Pitanje: Kako se funkcije "spajaju" u cijeli program, tj.

- kojim redom se pišu funkcije u programu?

Svaka bi funkcija, prije prvog poziva u programu, trebala biti deklarirana — navođenjem tzv. prototipa.

- Mogućnost da se to ne napravi ostavljena je samo zbog kompatibilnosti s prastarim C programima, i ne treba ju koristiti!

Osim toga, u jeziku C++ više nije dozvoljena.

Zato: "trebala bi" $\longrightarrow$ "mora"!

Deklaracija funkcije (nastavak)

Dakle, jednostavno smatrajte da svaka funkcija

- mora biti deklarirana prije poziva u programu.

Svrha deklaracije (prototipa) je kontrola ispravnosti svih poziva funkcije — prilikom prevođenja programa.

- Deklaracija informira prevoditelj o:
  - imenu funkcije,
  - broju i tipu argumenata,
  - te tipu vrijednosti kojeg funkcija vraća.

U nastavku, kao primjer funkcije, koristimo varijantu funkcije `ispisi_max`, koja

- ispisuje maksimalni od dva realna broja (tipa `double`).

Definicija funkcije kao deklaracija

Ako je funkcija

- definirana u istoj datoteci u kojoj se poziva,
- i to prije prvog poziva te funkcije,

onda definicija služi i kao deklaracija,

- pa posebna deklaracija nije potrebna.

U svim ostalim slučajevima,

- funkcija se mora posebno deklarirati.

Kako se to radi kad se funkcija nalazi u drugoj datoteci, bit će riječi u poglavlju "Struktura programa" na Prog2.

Do tada, sve programe pišemo u jednoj datoteci.

Primjer — deklaracija nije potrebna

Primjer. Funkcija je definirana prije prvog poziva (u `main`), tj. ispred funkcije `main` (v. `maxd_1.c`).

```
#include <stdio.h>

void ispisi_max(double x, double y)
{
    double max;
    max = (x >= y) ? x : y;
    printf(" Maksimalna vrijednost = %g\n", max);
    return;
}
```

Primjer — deklaracija nije potrebna (nastavak)

```
int main(void)
{
    double x, y;

    printf(" Unesite dva realna broja: ");
    scanf("%lg %lg", &x, &y);
    ispisi_max(x, y);
    return 0;
}
```

U trenutku prvog poziva prevoditelj zna da je `ispisi_max` funkcija koja

- ima dva argumenta tipa `double`,
- i ne vraća ništa.

Deklaracija ili prototip funkcije

Ako definiciju funkcije smjestimo nakon poziva funkcije,

- moramo tu funkciju deklarirati prije prvog poziva.

Deklaracija ili prototip funkcije ima oblik:

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,
                         ..., tip_n arg_n);
```

Dakle, deklaracija sadrži samo zaglavlje funkcije, bez bloka u kojem je tijelo funkcije.

Imena argumenata `arg_1`, ..., `arg_n` mogu biti izostavljena, jer se tip argumenata vidi i bez toga.

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1, ..., tip_n);
```

Deklaracija ili prototip funkcije (nastavak)

Deklaracije objekata "istog" tipa vrijednosti mogu se spojiti, slično kao za obične varijable.

Primjer.

```
int n, f(double), g(int, double);
```

U ovoj deklaraciji,

- `n` je varijabla tipa `int`, a
- `f` i `g` su funkcije koje vraćaju vrijednost tipa `int`.

Obično se deklaracija piše

- na početku datoteke,
- ili u funkciji u kojoj je poziv.

Primjer — deklaracija potrebna

Primjer. Funkcija je definirana iza prvog poziva (u `main`), a deklaracija je unutar funkcije `main` (v. `maxd_2.c`).

```
#include <stdio.h>

int main(void)
{
    double x, y;
    void ispisi_max(double, double);  /* Dekl. */

    printf(" Unesite dva realna broja: ");
    scanf("%lg %lg", &x, &y);
    ispisi_max(x, y);
    return 0;
}
```

Primjer — deklaracija potrebna (nastavak)

```
void ispisi_max(double x, double y)
{
    double max;
    max = (x >= y) ? x : y;
    printf(" Maksimalna vrijednost = %g\n", max);
    return;
}
```

U ovom primjeru, deklaracija (prototip) funkcije je

```
void ispisi_max(double, double);
```

Mogli smo napisati i

```
void ispisi_max(double x, double y);
```

Primjer — deklaracija potrebna (nastavak)

Primjer. Deklaracija funkcije može biti i izvan funkcije gdje je poziv — na primjer, na početku datoteke (v. `maxd_3.c`).

```
#include <stdio.h>

void ispisi_max(double, double);  /* Deklaracija */

int main(void)
{
    double x, y;
    printf(" Unesite dva realna broja: ");
    scanf("%lg %lg", &x, &y);
    ispisi_max(x, y);
    return 0;
}
```

Primjer — deklaracija potrebna (nastavak)

```
void ispisi_max(double x, double y)
{
    double max;
    max = (x >= y) ? x : y;
    printf(" Maksimalna vrijednost = %g\n", max);
    return;
}
```

Prednost ove globalne deklaracije na početku datoteke, izvan svih funkcija:

- funkcija `ispisi_max` može se pozvati u svim funkcijama iza deklaracije.

Ovo se često koristi za sve funkcije u programu (osim `main`), jer ne ovisi o poretku pisanja funkcija iza toga.

Načini prijenosa argumenata

Formalni i stvarni argumenti (ili parametri):

- Argumenti deklarirani u definiciji funkcije nazivaju se formalni argumenti.
- Izrazi koji se pri pozivu funkcije nalaze na mjestima formalnih argumenata nazivaju se stvarni argumenti.

Veza između formalnih i stvarnih argumenata uspostavlja se

- prijenosom argumenata prilikom poziva funkcije.

Sasvim općenito, postoje dva načina prijenosa (ili predavanja) argumenata prilikom poziva funkcije:

- prijenos vrijednosti argumenata — engl. "call by value",
- prijenos adresa argumenata — engl. "call by reference".

Prijenos argumenata po vrijednosti

Kod prijenosa vrijednosti argumenata

- funkcija prima kopije vrijednosti stvarnih argumenata,

što znači da

- funkcija ne može izmijeniti stvarne argumente.

Stvarni argumenti mogu biti izrazi. Prilikom poziva funkcije,

- prvo se izračuna vrijednost tog izraza,
- a zatim se ta vrijednost prenosi u funkciju,
- i kopira u odgovarajući formalni argument.

Prijenos argumenata po adresi

Kod prijenosa adresa argumenata

- funkcija prima adrese stvarnih argumenata,

što znači da

- funkcija može izmijeniti stvarne argumente, tj. sadržaje na tim adresama.

Stvarni argumenti, u principu, ne mogu biti izrazi,

- već samo varijable,
- odnosno, objekti koji imaju adresu.

Prijenos argumenata u C-u

U C-u postoji samo prijenos argumenata po vrijednosti.

- Svaki formalni argument ujedno je i lokalna varijabla u toj funkciji.
- Stvarni argumenti u pozivu funkcije su izrazi (izračunaj vrijednost, kopiraj ju u formalni argument).

Ako funkcijom želimo promijeniti vrijednost nekog podatka (tzv. "varijabilni argument"), pripadni argument

- treba biti pokazivač na taj podatak, tj. njegova adresa!

Tada se adresa prenosi po vrijednosti — kopira u funkciju (promjena te kopije ne mijenja stvarnu adresu),

- ali smijemo promijeniti sadržaj na toj adresi, koristeći operator dereferenciranja *.

Primjer — prijenos po vrijednosti

Primjer. Prijenos argumenata po vrijednosti.

```
#include <stdio.h>

void f(int x)
{
    x += 1;
    printf("Unutar funkcije: x = %d\n", x);
    return;
}
```

Funkcija `f` povećava vrijednost argumenta za 1. Međutim, to povećanje `x` za `1` događa se

- u lokalnoj varijabli `x`, pa nema traga izvan funkcije `f`.

Primjer — prijenos po vrijednosti (nastavak)

```
int main(void)
{
    int x = 5;
    printf("Prije poziva:    x = %d\n", x);
    f(x);
    printf("Nakon poziva:    x = %d\n", x);
    return 0;
}
```

Rezultat izvršavanja programa (`arg1_1.c`) je:

```
Prije poziva:    x = 5
Unutar funkcije: x = 6
Nakon poziva:    x = 5
```

Primjer — prijenos "po adresi"

Primjer. Prijenos argumenata "po adresi" preko pokazivača. Jednostavno, u funkciji `f`, svagdje "dodamo" `*` ispred `x`.

```
void f(int *x)
{
    *x += 1;
    printf("Unutar funkcije: x = %d\n", *x);
    return;
}
```

Ovdje povećavamo

- sadržaj na adresi `x` za `1`, pa ima traga izvan funkcije `f`.

Pokazivač (adresa) je lokalna varijabla `x`. Promjena te varijable (tj. adrese) i dalje nema traga izvan funkcije `f`.

Primjer — prijenos "po adresi" (nastavak)

U prvom primjeru — `void f(int x)`

- `x` je lokalna varijabla tipa `int`.

U drugom primjeru — `void f(int *x)`

- `x` je lokalna varijabla tipa `int *`, tj. pokazivač na `int`.

Nije lijepo da se razne stvari isto zovu! Na primjer, ime `px` je puno bolje u drugom primjeru, zato da asocira na pokazivač.

```
void f(int *px)
{
    *px += 1;
    printf("Unutar funkcije: x = %d\n", *px);
    return;
}
```

Primjer — prijenos "po adresi" (nastavak)

```
int main(void)
{
    int x = 5;
    printf("Prije poziva:    x = %d\n", x);
    f(&x);    /* Stvarni argument je pokazivac. */
    printf("Nakon poziva:    x = %d\n", x);
    return 0;
}
```

Rezultat izvršavanja programa (`arg1_2.c`, `arg1_3.c`) je:

```
Prije poziva:    x = 5
Unutar funkcije: x = 6
Nakon poziva:    x = 6
```

Primjer — završni komentar o pozivima

Kod prijenosa po vrijednosti, poziv funkcije `f` u glavnom programu može glasiti i ovako:

```
f(x + 2);
```

tj. stvarni argument smije biti izraz.

Za razliku od toga, kod prijenosa adrese, poziv funkcije `f` u glavnom programu ne smije biti:

```
f(&(x + 2));
```

jer izraz nema adresu (v. `arg1_4.c`)!
Ali, smije se napisati `f(&x + 2);` — aritmetika pokazivača!

Sami pogledajte sljedeća dva primjera (`arg2_1.c`, `arg2_2.c`).

Primjer 2 (zadaća) — prijenos po vrijednosti

```
#include <stdio.h>
void f(int x, int y) {
    x += y;
    y += x;
    printf("Unutar funkcije: x=%d, y=%d\n", x, y);
    return; }
int main(void) {
    int x = 2, y = 3;
    printf("Prije poziva: x=%d, y=%d\n", x, y);
    f(y, x + y);
    printf("Nakon poziva: x=%d, y=%d\n", x, y);
    return 0; }
```

Ispisane vrijednosti: 2 3 8 13 2 3.

Primjer 2 (zadaća) — prijenos "po adresi"

```
#include <stdio.h>
void f(int *x, int *y) {
    *x += *y;
    *y += *x;
    printf("Unutar funkcije: x=%d, y=%d\n", *x, *y);
    return; }
int main(void) {
    int x = 2, y = 3, z;
    z = x + y;
    printf("Prije poziva: x=%d, y=%d\n", x, y);
    f(&y, &z);
    printf("Nakon poziva: x=%d, y=%d\n", x, y);
    return 0; }
```

Ispisane vrijednosti: 2 3 8 13 2 8. Koliko je `z` na kraju?

Pravila o argumentima

Pravila pri prijenosu argumenata:

- Broj stvarnih argumenata pri svakom pozivu funkcije mora biti jednak broju formalnih argumenata.
- Ako je funkcija ispravno deklarirana, tj. prevoditelj pri pozivu zna broj i tip argumenata,
  - stvarni argumenti čiji se tip razlikuje od tipa odgovarajućih formalnih argumenta,
  - pretvaraju se u tip formalnih argumenata, isto kao kod pridruživanja.
- Redosljed izračunavanja stvarnih argumenata nije definiran i ovisi o implementaciji.

  Dakle, ne mora biti L $\rightarrow$ D. Ponekad je obratan!

Poziv funkcije — pretvaranje tipova

Primjer. Funkcija `sqrt` iz zaglavlja `<math.h>` ima prototip

```
double sqrt(double);
```

Nakon `#include <math.h>`, poziv funkcije `sqrt` može biti:

```
int x;  double y;
...
y = sqrt(2 * x - 3);
```

Vrijednost izraza `2 * x - 3` je tipa `int`. Kod poziva,

- prvo se ta vrijednost pretvara u `double`,
- a zatim se prenosi u funkciju.

Varijabla `y` korektno poprima `double` vrijednost $\sqrt{2x-3}$.

Funkcije bez prototipa — NE KORISTITI

Ako zaboravite deklaraciju — da znate što se onda zbiva!
U programu se mogu koristiti i funkcije koje nisu prethodno deklarirane (dobijete upozorenje). U tom slučaju vrijedi:

- Prevoditelj pretpostavlja da funkcija vraća podatak tipa `int` i ne pravi nikakve pretpostavke o broju i tipu argumenata.
- Na svaki stvarni argument cjelobrojnog tipa primjenjuje se integralna promocija (pretvaranje argumenata tipa `short` i `char` u `int`), a svaki stvarni argument tipa `float` pretvara se u `double`.
- Broj i tip (pretvorenih) stvarnih argumenata mora se podudarati s brojem i tipom formalnih argumenata, da bi poziv bio korektan.

Primjer — funkcija s prototipom

Primjer. Probajte s `x = 2.0` (kao što piše) i s `x = 2.5`.

```
#include <stdio.h>
int f(double);    /* Kljucno - ima prototip! */
int main(void)
{
    float x = 2.0;  /* double const --> float */
    printf("%d\n", f(2));  /* int --> double */
    printf("%d\n", f(x));  /* float --> double */
    return 0;
}
int f(double x) {
    return (int) x*x;  /* int * double --> int */
}
```

Primjer — komentar rezultata (prioriteti)

Naredba `return` u funkciji `f` glasi:

```
return (int) x*x;  /* int * double --> int */
```

Uočite da `(int) x*x` nije isto što i `(int) (x*x)`.

Unarni operator promjene tipa `(int)` ima viši prioritet od množenja, pa se izraz `(int) x*x` svodi na

- `int * double` i tip vrijednosti je `double`.

Tek na kraju ide pretvaranje u navedeni tip rezultata `int`.

Za `x = 2.5` dobivamo

- `(int) x*x = 2 * 2.5 = 5.0`, pa je `f(2.5) = 5`,
- `(int) (x*x) = (int) 6.25 = 6`.

Primjer — funkcija bez prototipa

Primjer. Funkcija `f` stvarno vraća tip `int`.

```
    ...  /* Nema prototip za f. */
int main(void)
{
    float x = 2.0;  /* double const --> float */
    printf("%d\n", f(2));  /* Greska u izvodjenju */
    printf("%d\n", f(x));  /* O.K. */
    return 0;
}
int f(double x) {  /* Tip odgovara pretpostavci. */
    return (int) x*x;  /* int * double --> int */
}
```

Poziv `f(2)` šalje samo 4 bajta u `f` za `x` — rezultat je "smeće".

Primjer — funkcija bez prototipa (nastavak)

Primjer. Funkcija f stvarno vraća tip double, a ne int.

```
    ...  /* Nema prototip za f. */
int main(void)
{
    float x = 2.0;  /* double const --> float */
    printf("%d\n", f(x));  /* O.K. */
    return 0;
}
double f(double x) {
    /* Upozorenje pri prevodjenju:
       redefinicija simbola f iz int u double. */
    return x*x;
}
```

Primjeri funkcija za algoritme na cijelim brojevima

Sadržaj

- Primjeri funkcija za algoritme na cijelim brojevima:
  - Broj znamenki cijelog broja.
  - Provjera znamenki broja.
  - Najveća zajednička mjera — Euklidov algoritam.
  - Potencija broja 2.

Broj znamenki broja

Primjer. Treba naći broj znamenki nenegativnog cijelog broja `n` u zadanoj bazi `b`.

Algoritam za brojanje znamenki (od prošli puta) je:

- "brisanje" znamenki i to "straga",
- i brojanje obrisanih znamenki.

Broj znamenki broja u zadanoj bazi (nastavak)

Bitni odsječak programa je izgledao ovako:

```
unsigned int b = 10, n, broj_znam;
...
broj_znam = 0;
while (n > 0) {
    ++broj_znam;
    n /= b;
}

printf(" ima %u znamenki u bazi %u\n",
       broj_znam, b);
```

Broj znamenki broja u zadanoj bazi (nastavak)

Kod realizacije funkcijom, "destrukcija" ulaznog broja `n` nije problem, jer uništavamo lokalnu varijablu!

```
unsigned int broj_znamenki(unsigned int n,
                           unsigned int b)
{
    unsigned int broj_znam = 0;

    while (n > 0) {
        ++broj_znam;
        n /= b;
    }
    return broj_znam;
}
```

Provjera znamenki broja

Primjer. Zadan je nenegativni cijeli broj `n`. Treba naći odgovor na pitanje

- postoji li znamenka tog broja koja je jednaka 5, u zadanoj bazi $b = 10$.

Traženu znamenku zovemo `trazena`, a zadana baza je `b`.

Koristimo "skraćeni" algoritam provjere, koji idealno odgovara realizaciji funkcijom:

- čim saznamo odgovor — odmah se vratimo!

Postoji znamenka . . .? (nastavak)

Bitni odsječak programa je izgledao ovako:

```
odgovor = 0;     /* NE, laz. */
while (n > 0) {
    znam = n % b;
    if (znam == trazena) {
        odgovor = 1;
        break;
    }
    n /= b;
}
```

Postoji znamenka . . .? (nastavak)

Odgovarajuća funkcija je:

```
int odgovor(unsigned int n, unsigned int b,
            unsigned int trazena)
{
    while (n > 0) {
        if (n % b == trazena)
            return 1;
        n /= b;
    }
    return 0;
}
```

Za prekid petlje, umjesto `break`, odmah pišemo `return` s odgovorom.

Najveća zajednička mjera

Primjer. Treba naći najveću zajedničku mjeru $M(a, b)$, cijelih brojeva a i b, uz pretpostavku da je $b \neq 0$.

Algoritam se bazira na Euklidovom teoremu o dijeljenju

- $a = q \cdot b + r$, za neki $q \in \mathbb{Z}$, gdje je r ostatak, $0 \leq r < |b|$.

Ključni koraci:

- Ako $d \mid a$ i $d \mid b$, onda $d \mid r$, pa je $M(a, b) = M(b, r)$ ("smanjujemo" argumente, po apsolutnoj vrijednosti).
- Ako je $r = 0$, onda je $a = q \cdot b$, pa je $M(a, b) = b$ (kraj).

Najveća zajednička mjera (nastavak)

Dio programa koji računa $M(a, b)$ (u komentaru je promjena za rezultat $M(a, b) > 0$):

```
int a, b, ostatak, mjera;
...
while (1) {
    ostatak = a % b;
    if (ostatak == 0) {
        mjera = b;      // mjera = abs(b);
        break;
    }
    a = b;
    b = ostatak;
}
```

Najveća zajednička mjera (nastavak)

Odgovarajuća funkcija koja vraća $M(a, b)$:

```
int euklid(int a, int b)
{
    int ostatak;

    while (1) {
        ostatak = a % b;
        if (ostatak == 0)
            return b;       // return abs(b);
        a = b;
        b = ostatak;
    }
}
```

Potencija broja 2

Primjer. Za zadani prirodni broj `n`, treba naći odgovor na pitanje

- je li broj `n` potencija broja $d = 2$,

tj. može li se `n` prikazati u obliku

- $\texttt{n} = d^k$, s tim da je eksponent $k > 0$?

Odgovarajuća funkcija mora vratiti:

- odgovor na pitanje — kao povratnu vrijednost funkcije,
- i eksponent k — kroz "varijabilni" argument.

Dakle, pripadni argument za k mora biti pokazivač — adresa varijable u koju želimo spremiti k.

Potencija broja 2 (nastavak)

Bitni odsječak programa je izgledao ovako:

```
unsigned int n, d = 2, k, odgovor;

k = 0;
    /* Sve dok je n djeljiv s d,
       podijeli ga s d. */
while (n % d == 0) {
    ++k;
    n /= d;
}
    /* Mora ostati n == 1. */
odgovor = n == 1 && k > 0;
```

Potencija broja 2 (nastavak)

Odgovarajuća funkcija:

```
int odgovor(unsigned int n, unsigned int d,
            unsigned int *pk)
{
    unsigned int k = 0;

    while (n % d == 0) {
        ++k;
        n /= d;
    }
    *pk = k;
    return n == 1 && k > 0;
}
```

Rekurzivne funkcije

Rekurzivne funkcije

Programski jezik C dozvoljava tzv. rekurzivne funkcije, tj.

- da funkcija poziva samu sebe.

U pravilu,

- rekurzivni algoritmi su kraći,
- ali izvođenje, u načelu, traje dulje.

Katkad — puno dulje, ako puno puta računamo istu stvar.
Zato oprez!

Napomena. Svaki rekurzivni algoritam mora imati

- "nerekurzivni" dio, koji omogućava prekidanje rekurzije.

Najčešće je to neki `if` u inicijalizaciji rekurzije.

Primjer rekurzivne funkcije — faktorijele

Primjer. Za računanje faktorijela

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n \cdot (n-1)!$$

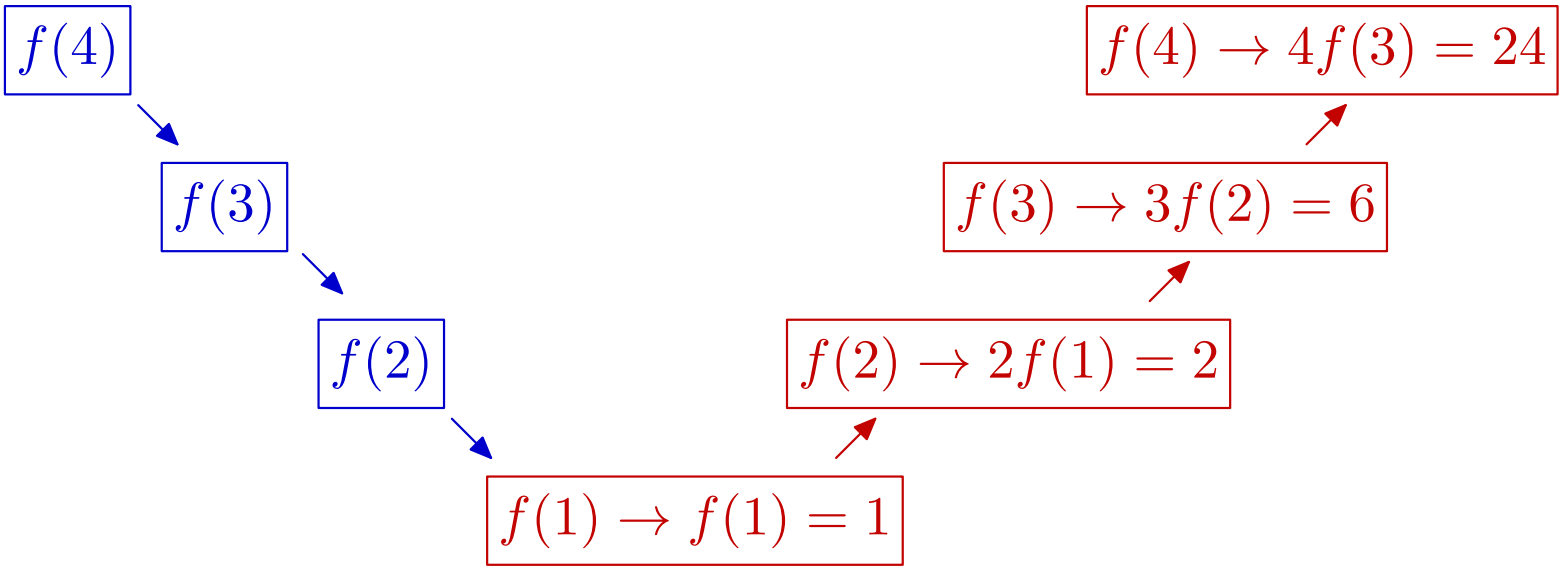
možemo napisati rekurzivnu funkciju (v. `fakt_r.c`):

```
long int fakt(int n)
{
    if (n <= 1)
        return 1L;
    else
        return n * fakt(n - 1);
}
```

Ali, nemojte to raditi. Zabranjujem!

Faktorijele — rekurzivno (nastavak)

Za $n = 4$, "slika" rekurzivnih poziva funkcije izgleda ovako:



Osnovni nedostatak ovog primjera:

- pozivi su "linearni" i ništa "pametno" ne rade.

Ukupno je potrebno n poziva funkcije da se izračuna $n!$ (uključivo i polazni vanjski poziv).

Faktorijele — bez rekurzije

To ide puno brže nerekurzivno, bez svih tih silnih poziva.

Faktorijele, naravno, možemo izračunati u jednoj petlji.
Varijanta sa silaznom petljom po `n` je (v. `fakt_p.c`):

```
long int fakt(int n)
{
    long int f = 1L;
    for (; n > 1; --n) f *= n;
    return f;
}
```

To je bitno efikasnije, jer trebamo samo jedan poziv funkcije.
Sve ostalo (tj. množenja) traje podjednako kao u rekurziji!

Faktorijele — bez rekurzije (nastavak)

Varijanta s uzlaznom petljom do `n`, ali trebamo pomoćnu varijablu za faktor u petlji (v. `fakt_p1.c`):

```
long int fakt(int n)
{
    long int f = 1L;
    int i;
    for (i = 2; i <= n; ++i) f *= i;
    return f;
}
```

Drugi "klasični" primjer kad rekurziju ne treba koristiti su Fibonaccijevi brojevi — definirani ovako: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, i $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, za $i \geq 2$. Detaljno objašnjenje u Prog2.

Primjer rekurzivne funkcije — prikaz broja u bazi

Primjer. Treba ispisati prikaz prirodnog broja n u zadanoj bazi b — sve njegove znamenke, od vodeće do najniže.

Što ga to ima s rekurzijom? Polako ...

- Ima "štos" — baš za rekurziju.

Ispis znamenki broja mora ići "slijeva nadesno" ($\longrightarrow$), tj. treba početi sprijeda — od vodeće znamenke. To znači da

- prvo treba doći do vodeće znamenke,
- pa onda ići unatrag.

S druge strane,

- znamenke broja se puno lakše "skidaju" straga.

Međutim, to je naopako od redosljeda za ispis.

Prikaz broja u bazi (nastavak)

Zato koristimo "linearnu" rekurziju. Svaki poziv funkcije

- "skine" i zapamti "svoju" znamenku,
- a piše tu znamenku tek nakon rekurzivnog poziva.

Tako jednostavno dobivamo "naopaki" ispis!

Algoritam. Ispis znamenki broja n u bazi b:

- prvo ispiši sve znamenke od n, osim zadnje, tj.
  - ispiši sve znamenke broja n div b u bazi b (rekurzija),
- zatim, ispiši zadnju znamenku n mod b.

Naravno, to radimo samo ako je $n > 0$, tj. ima znamenki.

Radi jednostavnosti, uzimamo da je $b \leq 10$,

- zato da znamenke budu "obične" — numeričke.

Prikaz broja u bazi (nastavak)

Argumenti funkcije su "trenutni" broj n i baza b.

```
#include <stdio.h>

void ispis_u_bazi(unsigned int n, unsigned int b)
{
    if (n > 0) {
        ispis_u_bazi(n / b, b);
        printf("%u", n % b);
    }
    return;
}
```

Napomena. Bazu `b` bi trebalo izbaciti, jer se ne mijenja, ali još "ne znamo" za globalne varijable.

Prikaz broja u bazi (nastavak)

Glavni program učitava broj n i bazu b (v. `prik_b.c`):

```
int main(void) {
    unsigned int b, n;

    printf(" Upisi nenegativni broj n i bazu b: ");
    scanf("%u%u", &n, &b);

    printf("\n Prikaz broja %u u bazi %u: ", n, b);
    ispis_u_bazi(n, b);
    printf("\n");

    return 0;
}
```

Prikaz broja u bazi (nastavak)

Za ulaz: `12 2`, rezultat je:

```
Prikaz broja 12 u bazi 2: 1100
```

Za ulaz: `123456 10`, rezultat je:

```
Prikaz broja 123456 u bazi 10: 123456
```

Prikaz broja u bazi (nastavak)

Pogledajmo kako točno idu pozivi funkcije za $n = 12$ i $b = 2$.

- Prvi (vanjski) poziv: `ispis_u_bazi(12, 2)`
  - lokalno: `n = 12`, `n / b = 6`, znamenka `n % b = 0`.
- Drugi poziv: `ispis_u_bazi(6, 2)`
  - lokalno: `n = 6`, `n / b = 3`, znamenka `n % b = 0`.
- Treći poziv: `ispis_u_bazi(3, 2)`
  - lokalno: `n = 3`, `n / b = 1`, znamenka `n % b = 1`.
- Četvrti poziv: `ispis_u_bazi(1, 2)`
  - lokalno: `n = 1`, `n / b = 0`, znamenka `n % b = 1`.
- Peti poziv: `ispis_u_bazi(0, 2)` — odmah se vrati!

Uočite da ispis znamenke `n % b` ide unatraške, nakon povratka iz prethodnog poziva — baš u tom je "štos"!

Prikaz broja u bazi — zadaci

Zadatak. Ako je $n = 0$, onda naša funkcija ne piše ništa (nema znamenki). Modificirajte funkciju (ne glavni program!) tako da napiše znamenku 0 za $n = 0$. Oprez,

- to hoćemo samo kad je ulazni broj n baš jednak 0, tj.
- ne želimo dodati vodeću nulu svim ostalim brojevima $n > 0$! (v. `prik_b0.c`).

Zadatak. Napravite proširenje na veće baze, tako da

- znamenke mogu biti i slova (to ide do trideset i nešto),
- ili se znamenke u bazi b pišu kao dekadski brojevi, ali ih onda odvajamo prazninom.

Rekurzivne funkcije — pravi primjeri

Pravi primjeri rekurzivnih algoritama i funkcija su:

- `quicksort` i `mergesort` algoritmi za sortiranje,
- Hanojski tornjevi,
- particije broja u pribrojnike.

Sve ove algoritme napravit ćemo u drugom semestru — većinu odmah na početku, a `mergesort` kad dođemo na vezane liste.

Još nekoliko primjera rekurzivnih algoritama:

- obrada binarnih stabala i drugih sličnih struktura,
- sintaktička analiza programa, po gramatičkim pravilima jezika (tzv. "parser").

Funkcije s varijabilnim brojem argumenata

Već ste vidjeli da funkcije `scanf` i `printf`

- imaju varijabilni broj argumenata.

Datoteka zaglavlja `<stdarg.h>` sadrži niz definicija i makro naredbi koje i nama omogućavaju

- pisanje funkcija s varijabilnim brojem argumenata.

Opširnije u skripti i knjizi KR2.

Zadaci o funkcijama

Zadaci iz funkcija na cijelim brojevima

Zadaci za funkcije s cijelim brojevima:

- Prebacite u funkcije ostale primjere od prošli puta.
- Najmanji djelitelj broja, strogo veći od 1 (ako ga ima).
- Najveći djelitelj strogo manji od broja (ako ga ima).
- Provjera je li broj prost ($n = 1$ nije prost).
- Najmanji/najveći prosti faktor broja (ako ga ima).
  - Dodatak: vratiti i pripadnu potenciju iz rastava broja na proste faktore, kroz "varijabilni" argument, preko pokazivača.
- Najmanji prosti broj p veći od zadanog.
- Najveći prosti broj p manji od zadanog (ako ga ima).

Zadaci iz funkcija na cijelim brojevima (nast.)

- Broj koji se iz n dobiva cikličkom rotacijom njegovih binarnih znamenki za k mjesta udesno, odnosno, ulijevo.
  - Realizacija dijeljenjem/množenjem potencijama od 2,
  - ili operatorima << i >>.

Zadaci iz funkcija na realnim brojevima

Zadaci za funkcije s realnim brojevima:

- Najveći cijeli broj manji ili jednak od x, tj. $\lfloor x \rfloor$.
- Najmanji cijeli broj veći ili jednak od x, tj. $\lceil x \rceil$.

U matematičkoj biblioteci `<math.h>` postoje funkcije za to. Zovu se `floor` i `ceil`, ali

- vraćaju vrijednost tipa `double`, a ne tipa `int`!

Razmislite kako biste signalizirali grešku ako je ulazni broj `x` tipa `double`, a korektni rezultat nije prikaziv u tipu `int`.

- Razlomljeni dio (nenegativnog) realnog broja x, tj. broj $x - \lfloor x \rfloor$.

Zadaci iz funkcija na realnim brojevima (nast.)

- Potenciranje cjelobrojnim eksponentom, tj. za zadane x i n, treba vratiti x^n (uz kontrolu greške). Probajte to napraviti bez funkcije `pow` iz zaglavlja `<math.h>`.
  - Spora varijanta je "ponovljeno množenje". Na pr.

$$x^6 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x.$$

  - Puno brža varijanta je tzv. "ponovljeno kvadriranje i množenje", ili "binarno potenciranje" — iz binarnog zapisa eksponenta n. Na pr., $6 = (110)_2$, pa je

$$x^6 = ((x^2) \cdot x)^2 = (x^2) \cdot (x^2)^2.$$

Pogledajte vježbe (zadatak 8.5.6.) i dodatak ovom predavanju.