

# *Programiranje 2*

## *9. predavanje*

Saša Singer

`singer@math.hr`

`web.math.hr/~singer`

PMF – Matematički odjel, Zagreb

# Sadržaj predavanja

- Samoreferencirajuće strukture (uvod):
  - Primjeri: Vezane liste. Binarna stabla.
- Vezane liste (detaljno):
  - Deklaracija vezane liste.
  - Kreiranje i uništavanje elemenata.
  - Ubacivanje i izbacivanje na početku liste.
  - Prolaz kroz listu. Broj elemenata i ispis liste.
  - Traženje elemenata u listi. Ubacivanje na kraj liste.

# Informacije

Rezultati drugog kruga praktičnog kolokvija su

— poprilično tužni — oko 50% prošlih.

Praktični kolokvij (treći krug) — termini su:

— subota, 30. 5., praktikum 2 — 2 grupe, u 14 i 15:30 sati.

Prijave mogu odmah — na zidu, desno od moje sobe!

Napomena: od prvog popravka PK i nadalje, nema

— odbijanja zadataka s matricama,

— uvodjenja svojih granica na dimenzije nizova i matrica.

Postoji i dinamička alokacija!

# Informacije (nastavak)

**Bitno:** nadoknada prošlog predavanja (ili za Tijelovo, kako hoćete) — prijedlog je

📌 odmah preksutra, tj. subota, 23. 5., od 10–12 u (003).

# Samoreferencirajuće strukture. Vezane liste.

# Sadržaj

- Samoreferencirajuće strukture (uvod):
  - Pokazivač na strukturu. Operator strelica ( $\rightarrow$ ).
  - Samoreferencirajuće strukture.
  - Primjeri samoreferencirajućih struktura:
    - Vezane liste.
    - Binarna stabla.

# Pokazivač na strukturu — ponavljanje

Pokazivač na strukturu definira se isto kao i pokazivač na druge tipove objekta.

Primjer.

```
struct tocka {  
    int x;  
    int y;  
} p1, *pp1 = &p1;
```

Varijabla `pp1` je

- ➊ pokazivač na strukturu `struct tocka`,
- ➋ inicijaliziran adresom strukture `p1`.

# Operator strelica (->) — ponavljanje

Kad imamo pokazivač na neku strukturu, članovima te strukture može se individualno pristupiti korištenjem primarnog operatora strelica (->).

● Asocijativnost operatora -> je  $L \rightarrow D$ .

Ako je ptvar pokazivač na strukturu, a clan jedan član takve strukture, onda je:

●  $ptvar \rightarrow clan \iff (*ptvar).clan$

Primjer.

---

```
struct tocka p1, *pp1 = &p1;
pp1->x = 18;      /* Isto sto i (*pp1).x = 18; */
pp1->y = 27;      /* Isto sto i (*pp1).y = 27; */
```

---



# Strukture koje sadrže pokazivače

Znamo da **pokazivač** na **objekt** nekog tipa

☞ smije biti **element** polja.

Polje **pokazivača** smo koristili za **sortiranje** rječnika.

Slično je i kod struktura. **Pokazivač** na **objekt** nekog tipa

☞ smije biti **član** strukture.

To omogućava “**povezivanje**” objekata **razno–raznih** tipova, ovisno o **tipu** **pokazivača**.

**Dozvoljeno** je da **pokazivač**, koji je član strukture,

☞ “**pokazuje**” na **istu** takvu strukturu,

tj. da **struktura** sadrži **pokazivač** na “**samu sebe**”.

Takve **strukture** imaju i svoje posebno **ime**.

# Samoreferencirajuće strukture

Struktura koja sadrži jedan ili više članova koji su

- pokazivači na strukturu tog istog tipa,

zove se samoreferencirajuća struktura (jer sadrži “pointer na samu sebe”).

Upravo ovakve “rekurzivno vezane” strukture su glavna korist od pokazivača kao članova strukture. One omogućavaju

- “povezivanje” objekata istog tipa — na razne načine, ovisno o broju i svrsi pokazivača.

Služe za implementaciju “rekurzivno” definiranih složenih tipova podataka — kao što su

- vezane liste i binarna stabla.

# Samoreferencirajuće strukture — primjeri

Kako izgledaju takve “rekurzivno vezane” strukture i kako se deklariraju?

Svaki element takve strukture ima dva bitna dijela:

- nekakav “koristan” sadržaj — jedan ili više članova nekih tipova, i
- jedan ili više pokazivača na isti takav element.

Članovi strukture koji sadrže pokazivače

- obično imaju standardna imena koja sugeriraju značenje pokazivača.

Pogledajmo kako izgledaju elementi

- vezane liste i binarnog stabla.

# Element vezane liste

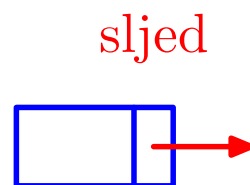
Element **vezane liste**, osim sadržaja, ima još

- **jedan** pokazivač na takav element — kojeg interpretiramo kao pokazivač na **sljedeći element** u listi.

“Standardna imena” za pripadni član strukture su

- **sljed**, **veza**, **next**, **link**.

**Slika** elementa:



Ako zamislimo cijelu **listu** istih ovakvih elemenata **iza** ovog, onda **pokazivač** možemo “**rekurzivno**” interpretirati i kao

- **listu sljedbenika** ovog elementa.

# Element binarnog stabla

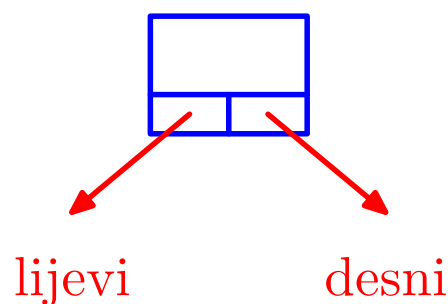
Element **binarnog stabla** obično se zove **čvor** stabla. Osim sadržaja, ima još

- **dva** pokazivača na takve elemente — koje interpretiramo kao pokazivače na **lijevo** i **desno dijete** tog čvora.

“Standardna imena” za pripadne članove strukture su

- **lijevi**, **desni**, ili **left**, **right**.

Slika elementa:



Ovdje **pokazivače** možemo “**rekurzivno**” interpretirati i kao

- **lijevo** i **desno podstablo** ovog elementa.

# Deklaracija elementa takve strukture

Kako se deklariraju elementi ovakvih struktura?

**Napomena.** Odmah koristimo `typedef` za deklaraciju

- tipa cijele strukture za `element`,

zato da izbjegnemo stalno pisanje riječi `struct`.

Uzmimo da se “`korisni`” sadržaj elementa sprema u jednom članu strukture.

- Neka se taj član strukture zove `info`, a

- njegov tip neka se zove `sadrzaj` (i ranije je definiran).

Ovisno o vrsti strukture, u deklaraciju još treba dodati i

- jedan ili više pokazivača na takav element.

# Deklaracija elementa vezane liste

Deklaracija **tipa** za **element** **vezane** **liste** takvih podataka:

```
typedef struct _element {  
    sadrzaj info;           /* Sadrzaj. */  
    struct _element *sljed; /* Pokazivac. */  
} element;
```

Ova deklaracija izgleda “**rekurzivno**”, ali stvarno — **nije**.

🔴 Član **sljed** je **pokazivač** na **struct \_element**, a ne struktura.

Da nema znaka **\***, imali bismo pravu “**rekurziju**”, tj. pokušaj deklaracije strukture koja “sadrži **samu sebe**”, što (naravno) **nije dozvoljeno!**

# Deklaracija elementa vezane liste — napomene

Napomene uz deklaraciju:

```
typedef struct _element {  
    sadrzaj info;           /* Sadrzaj. */  
    struct _element *sljed; /* Pokazivac. */  
} element;
```

U trenutku deklaracije pokazivača `sljed`,

• tip `struct _element` još nije potpuno određen.

Međutim, memorija potrebna za spremanje pokazivača na taj (ili neki drugi) tip — ne ovisi o tipu, pa je sve korektno.

Ovdje nam nužno treba ime strukture `_element`,

• za deklaraciju tipa pokazivača (taj tip moramo navesti).



## Primjer deklaracije elementa vezane liste

Primjer. Elementi **vezane liste** trebaju sadržavati **polje znakova** od **80** znakova. Pripadana deklaracija tipa je

```
typedef struct _element {  
    char ime[80];           /* Sadržaj. */  
    struct _element *next;  /* Pokazivac. */  
} element;
```

Ovdje koristimo ime **next** za **pokazivač** na **sljedeći element** liste.

Tipični primjer kombinacije hrvatskih i engleskih imena!

# Zadavanje vezane liste

Sad znamo kako izgledaju elementi vezane liste. Međutim, još nismo rekli kako izgleda cijela lista.

Po definiciji, vezana lista može biti prazna, tj. imati nula elemenata.

Zato se vezana lista ne zadaje prvim elementom, već

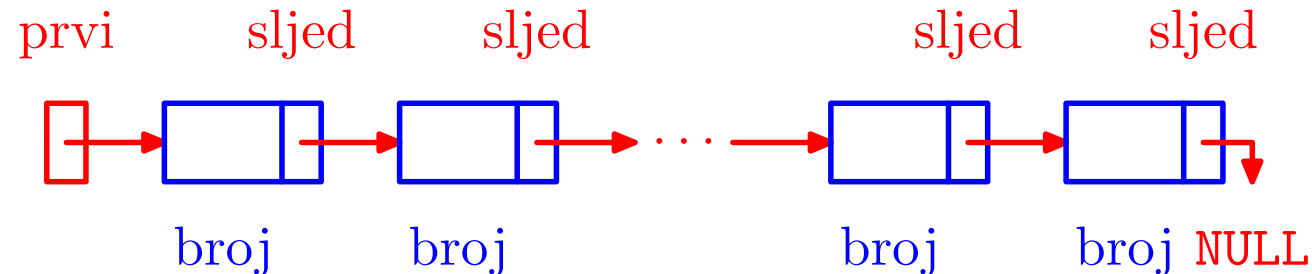
- 🕒 pokazivačem na prvi element, ako takav postoji.
- 🕒 Lista je prazna, ako (i samo ako) je vrijednost tog pokazivača = NULL.

“Standardna imena” za taj pokazivač na prvi element liste su

- 🕒 prvi, glava, first, head.

# Izgled vezane liste

Slika vezane liste elementa:



Ključne stvari koje treba zapamtiti:

- 🕒 **lista** se zadaje **pokazivačem** na **prvi** element — ovdje je to **prvi**,
- 🕒 **svaki** element ima **pokazivač** na **sljedeći** element u listi,
- 🕒 taj **pokazivač** (član **sljed**) možemo interpretirati i kao **listu sljedbenika** tog elementa,
- 🕒 **zadnji** element u listi ima **praznu** listu sljedbenika, tj. njegov **sljed** = **NULL**.

## Deklaracija pokazivača na element vezane liste

Pokazivač na prvi element liste možemo definirati ovako:

```
struct _element *prvi;    /* Pocetak liste. */
```

To može i prije deklaracije tipa element.

Nakon deklaracije tipa element smijemo pisati i

```
element *prvi;    /* Pocetak liste. */
```

Najbolje je odmah uvesti i deklaraciju tipa za pokazivače na elemente liste. Recimo, ovako:

```
typedef struct _element *lista;
```

## Deklaracija tipa za pokazivač na element liste

Taj oblik deklaracije **tipa** za **pokazivače** na **elemente** liste

```
typedef struct _element *lista;
```

**smijemo** napisati i **prije** deklaracije tipa **struct \_element**.

Međutim, “skraćenu” deklaraciju **tipa**

```
typedef element *lista;
```

**ne smijemo** napisati **prije** deklaracije tipa **element**, već samo **poslije**.

Zato, odmah na početku, pišemo **prvi** oblik (sa **struct**), a **svagdje** dalje koristimo **tip lista** — i u deklaraciji tipa **element**.

## Sve deklaracije tipova za vezanu listu

Sve potrebne deklaracije tipova za vezanu listu imaju sljedeći oblik:

```
typedef struct _element *lista;

typedef struct _element {
    sadrzaj info;           /* Sadrzaj. */
    lista sljed;            /* Pokazivac. */
} element;

...
lista prvi = NULL;        /* Pocetak liste. */
```

Dodatno, u zadnjem redu definiramo pokazivač prvi (“početak liste”) i inicijaliziramo ga na NULL — prazna lista.

## Vezana lista kao dinamička struktura

Nakon svih ovih deklaracija, mogli bismo definirati i nekoliko **varijabli** za elemente liste i **povezati** ih.

---

```
element a, b, c;    /* Elementi liste. */  
...  
prvi = &a;  
a.ime = "prvi";  
a.sljed = &b;  
b.ime = "drugi";  
b.sljed = &c;  
c.ime = "treci";  
c.sljed = NULL;
```

---

Međutim, to se **nikad** tako **ne radi** u praksi.

# Vezana lista kao dinamička struktura (nastavak)

Vezana lista i sve slične strukture su **idealne** za

- **dinamičku** promjenu **veza** među elementima,
- **dodavanje** novih i **izbacivanje** postojećih elemenata.

Zato se elementi takvih struktura uvijek kreiraju **dinamičkom** alokacijom memorije.

---

```
prvi = (lista) malloc(sizeof(element));  
if (prvi == NULL) {  
    printf("Alokacija nije uspjela.\n");  
    exit(-1);  
}  
prvi->ime = "prvi";  
prvi->sljed = NULL;
```

---



# Deklaracija elementa binarnog stabla

Deklaracija **tipa** za **element binarnog stabla** naših podataka:

---

```
typedef struct _cvor {  
    sadrzaj info;           /* Sadrzaj. */  
    struct _cvor *lijevi;   /* Pokazivac. */  
    struct _cvor *desni;    /* Pokazivac. */  
} cvor;  
  
...  
cvor *korijen;             /* Pokazivac na korijen. */
```

---

“**Početni**” element **stabla** obično se zove **korijen**. On **nije** “dijete” niti jednog elementa, tj. **nema** “roditelja” u stablu.

U **dinamičkoj** strukturi, to je **pokazivač** na “**početni**” element stabla.

## Deklaracije tipova za binarno stablo

Možemo odmah uvesti i **tip** za **pokazivače**, ovog puta na engleskom:

---

```
typedef struct _treenode *Treenode;

typedef struct _treenode {
    ...                               /* Sadržaj. */
    Treenode *left;                  /* Pokazivac. */
    Treenode *right;                 /* Pokazivac. */
} Treenode;

...
Treenode root;                      /* Pokazivac na korijen. */
```

---

# Vezane liste

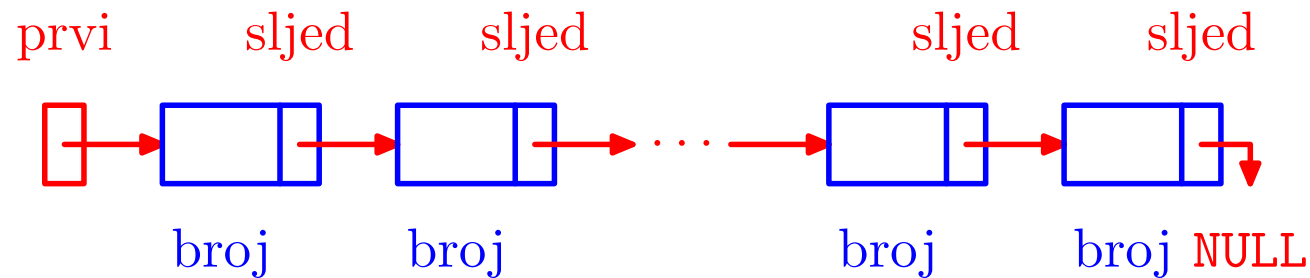
# Sadržaj

- Vezane liste (detaljno):
  - Deklaracija vezane liste.
  - Kreiranje i uništavanje elemenata.
  - Ubacivanje na početak liste.
  - Izbacivanje s početka liste.
  - Prolaz kroz listu. Broj elemenata i ispis liste.
  - Traženje elemenata u listi.
  - Ubacivanje na kraj liste.

## Vezana lista — uvod

Vezana lista je način spremanja **uređenog niza** podataka (kao i polje). Za razliku od polja,

- uređaj nije fizički, već je zadan pokazivačima.



Vezana lista je “**fleksibilna**” struktura (za razliku od polja). Zgodna je za spremanje **uređenog niza** kod kojeg se **broj** i **uređaj** podataka može **dinamički** mijenjati:

- dodavanje** novih, **brisanje** postojećih elemenata,
- promjena veza** (uređaja).

Probajte to napraviti na polju!

# Operacije nad vezanim listama

Osnovne operacije nad vezanom listom su:

- kreiranje elemenata,
- dodavanje novog elementa u listu,
- brojanje elemenata liste,
- ispis liste,
- pretraživanje liste (prolaz kroz listu),
- izbacivanje ili brisanje elementa iz liste,
- spajanje (konkatenacija) dvije liste,
- sortiranje liste.

Neke od ovih operacija implementirat ćemo u sljedećim primjerima.

## Modelni primjer liste

Kroz sve primjere koristimo *vezanu listu cijelih brojeva*:

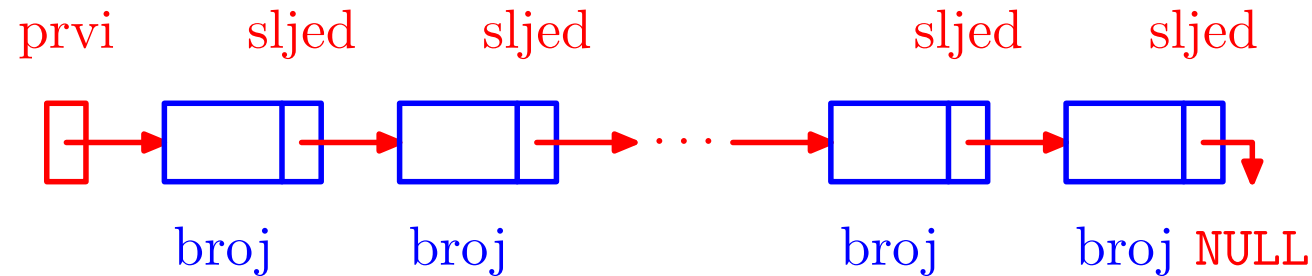
---

```
    /* Tip za pokazivac na element liste. */  
  
typedef struct _element *lista;  
  
    /* Tip za element liste. */  
  
typedef struct _element{  
    int broj;                /* Sadrzaj je broj. */  
    lista sljed;             /* Pokazivac na sljedeci */  
} element;                  /* element u listi. */  
  
lista prvi;                 /* Pokazivac na pocetak liste. */
```

---

## Modelni primjer liste (nastavak)

Slika takve vezane liste:



Operacije **dodavanja** i **izbacivanja** elemenata

📌 **najlakše** se rade na **početku** liste  
(sekvencijalni pristup elementima).



## *Kreiraj element*

novi

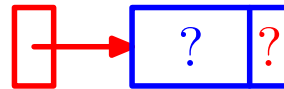


NULL

```
lista novi = NULL;
```

# Kreiraj element

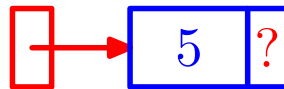
novi



```
lista novi = NULL;  
novi = (lista) malloc(sizeof(element));
```

## Kreiraj element

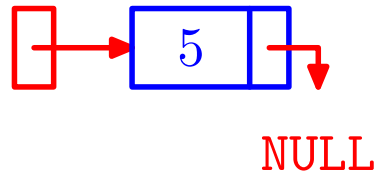
novi



```
lista novi = NULL;  
novi = (lista) malloc(sizeof(element));  
novi->broj = broj;
```

## Kreiraj element

novi



```
lista novi = NULL;  
novi = (lista) malloc(sizeof(element));  
novi->broj = broj;  
novi->sljed = NULL;
```

## *Funkcija* kreiraj\_novi

```
lista kreiraj_novi(int broj)
{
    lista novi = NULL;
    novi = (lista) malloc(sizeof(element));
    if (novi == NULL) {
        printf("Alokacija nije uspjela.\n");
        exit(-1);
    }
    novi->broj = broj;
    novi->sljed = NULL;

    return novi;
}
```

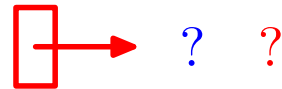
# Obriši element

stari



# Obriši element

stari



```
free(stari);
```

# Obriši element

stari



NULL

```
free(stari);  
stari = NULL;
```



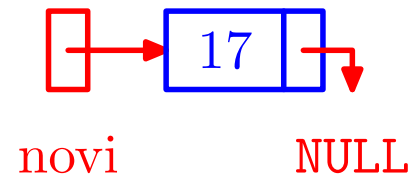
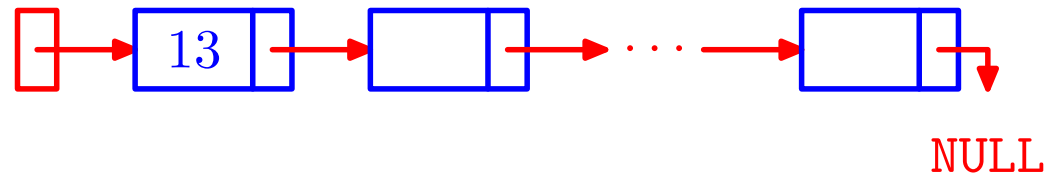
## *Funkcija* obrisi\_element

```
lista obrisi_element(lista stari)
{
    free(stari);

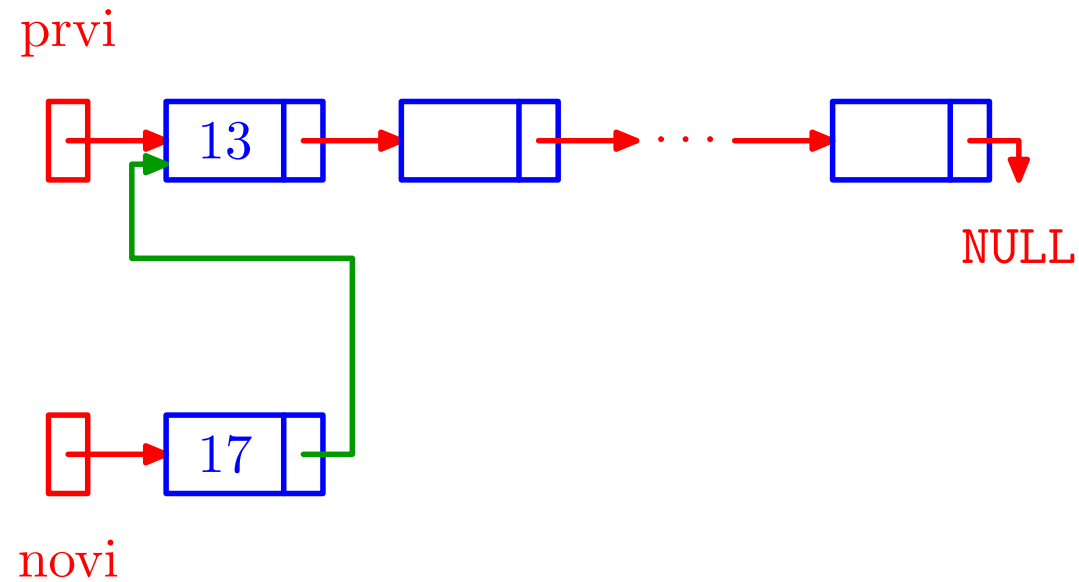
    return NULL;    /* umjesto stari = NULL; */
}
```

## Ubaci na početak

prvi

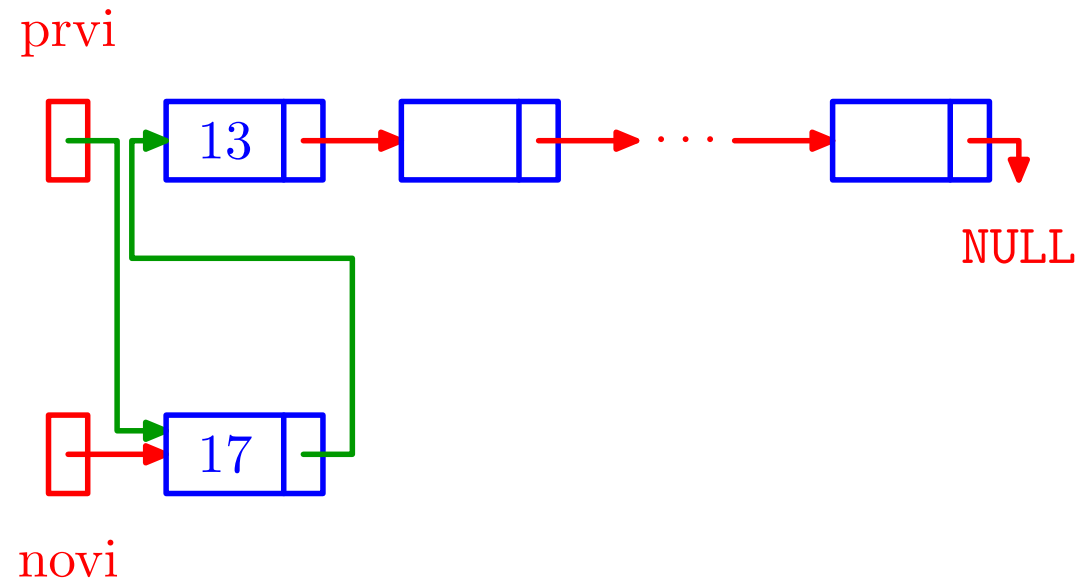


## Ubaci na početak



`novi->sljed = prvi;`

## Ubaci na početak



```
novi->sljed = prvi;  
prvi = novi;
```

## *Funkcija* ubaci\_na\_pocetak

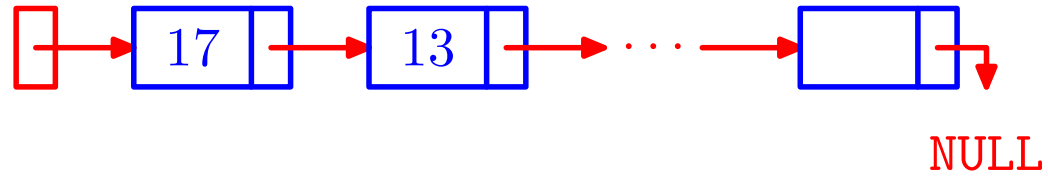
```
lista ubaci_na_pocetak(lista prvi, lista novi)
{
    /* Ne provjerava novi != NULL. */

    novi->sljed = prvi;
    prvi = novi;

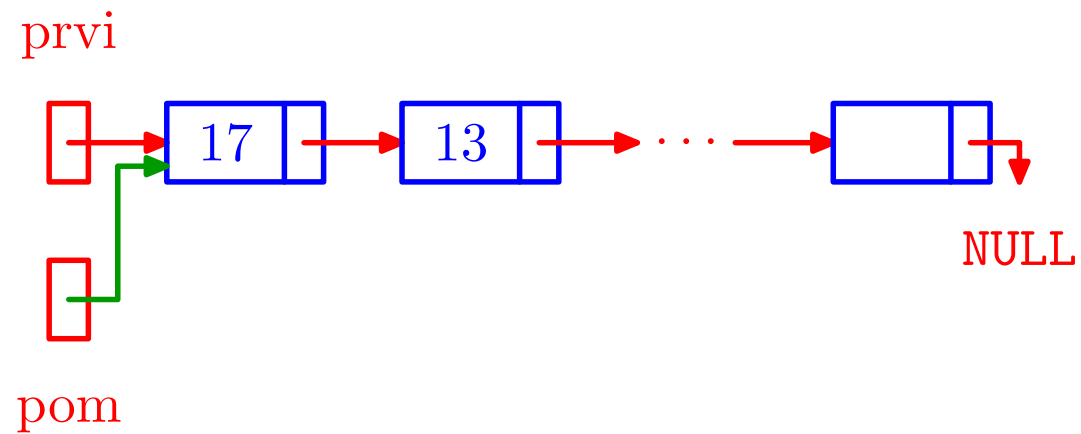
    return prvi;
}
```

# Obriši prvog

prvi

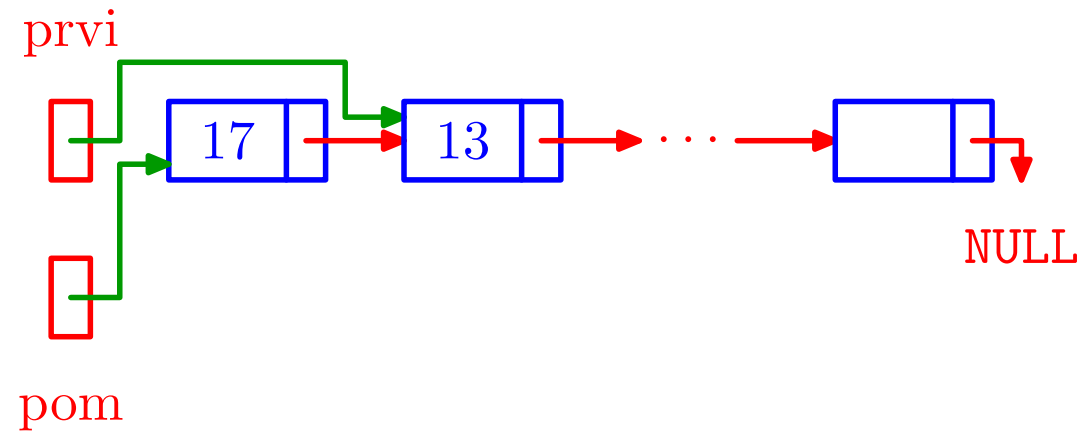


# Obriši prvog



`pom = prvi;`

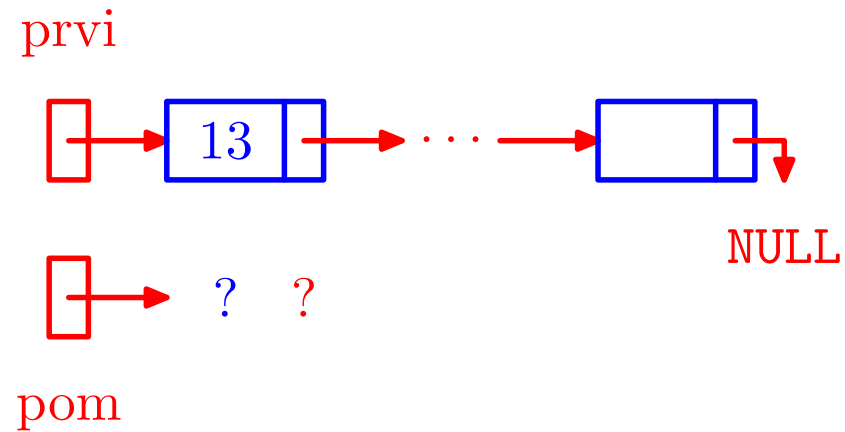
# Obriši prvog



```
    pom = prvi;  
    prvi = prvi->sljed;
```



# Obriši prvog



```
prvi = prvi->sljed;  
free(pom);
```

## *Funkcija* obrisi\_prvog

```
lista obrisi_prvog(lista prvi)
{
    lista pom;

    if (prvi != NULL) {
        pom = prvi;
        prvi = prvi->sljed;
        free(pom);
        /* Ne treba pom = NULL; */
    }

    return prvi;
}
```

## *Funkcija* kreiraj\_sprijeda

```
lista kreiraj_sprijeda(lista prvi, int broj)
{
    lista novi = NULL;
    /*
    Alokacija i test mogu i ovako:

    if ((novi = (lista) malloc(sizeof(element)))
        == NULL)
    */
    novi = (lista) malloc(sizeof(element));
    if (novi == NULL) {
        printf("Alokacija nije uspjela.\n");
        exit(-1);
    }
}
```

## *Funkcija* kreiraj\_sprijeda — *nastavak*

```
novi->broj = broj;  
novi->sljed = prvi;
```

```
    /* Ne treba prvi = novi, vec samo ovo: */  
    return novi;  
}
```

---

## *Funkcija* obrisi\_listu

```
lista obrisi_listu(lista prvi)
{
    lista pom = prvi;

    while (pom != NULL) {
        prvi = prvi->sljed;
        free(pom);
        pom = prvi;
    }

    return NULL;
}
```

## *Funkcija* broj\_elemenata

```
int broj_elemenata(lista prvi)
{
    lista pom;
    int brojac = 0;

    for (pom = prvi; pom != NULL; pom = pom->sljed)
        ++brojac;

    return brojac;
}
```

## *Funkcija* ispisi\_listu

```
void ispisi_listu(lista prvi)
{
    lista pom;
    int brojac = 0;

    for (pom = prvi; pom != NULL; pom = pom->sljed)
    {
        printf(" Element %2d, broj = %2d\n",
               ++brojac, pom->broj);
    }

    return;
}
```

## *Funkcija* trazi\_broj

```
lista trazi_broj(lista prvi, int broj)
{
    lista pom = prvi;

    while (pom != NULL && pom->broj != broj)
        pom = pom->sljed;

    return pom;
}
```



## *Funkcija* trazi\_zadnji

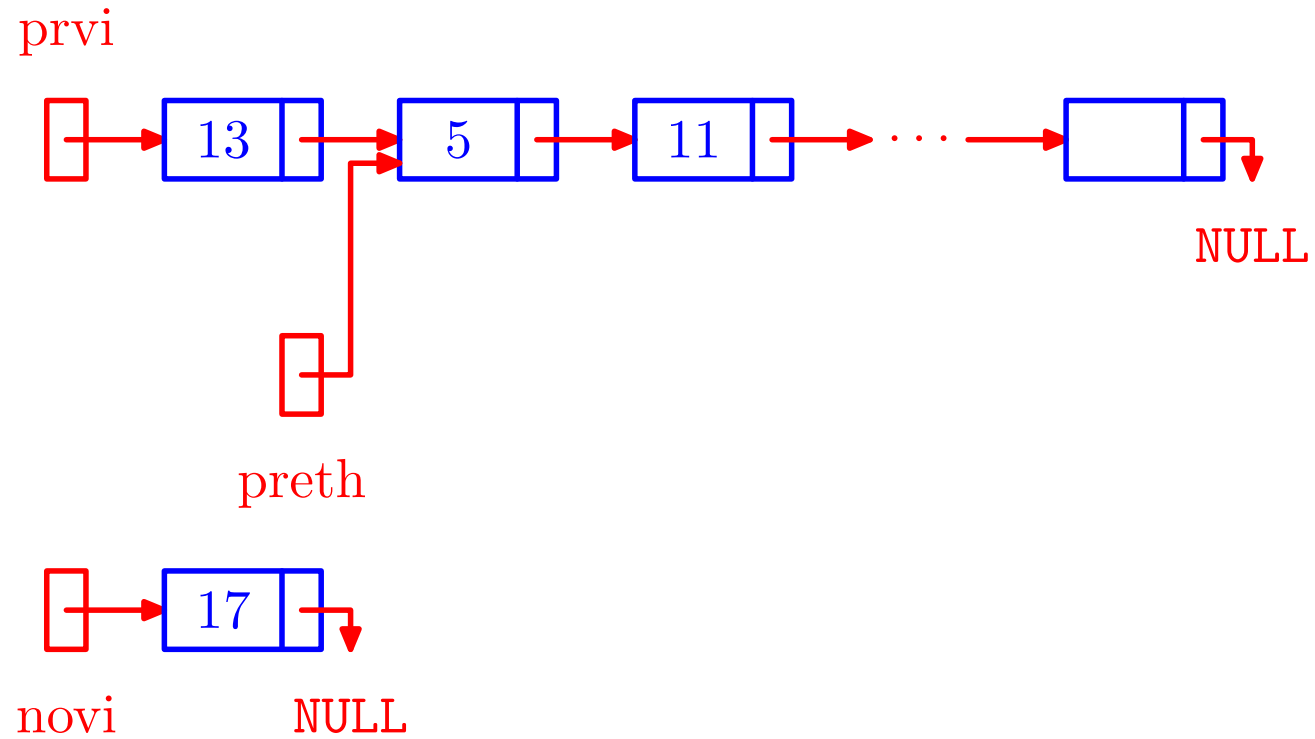
```
lista trazi_zadnji(lista prvi)
{
    lista pom = prvi;

    if (prvi == NULL) return NULL;

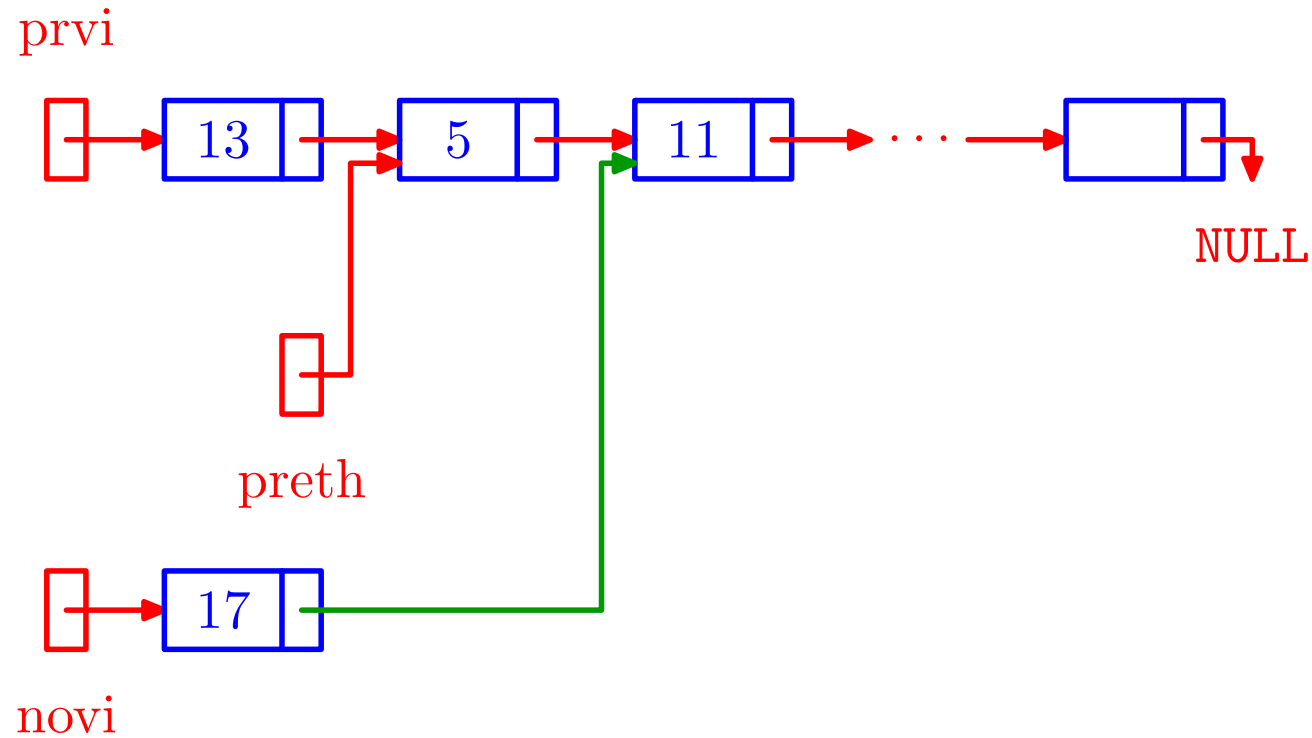
    for ( ; pom->sljed != NULL; pom = pom->sljed);

    return pom;
}
```

## Ubaci bilo gdje iza prvog

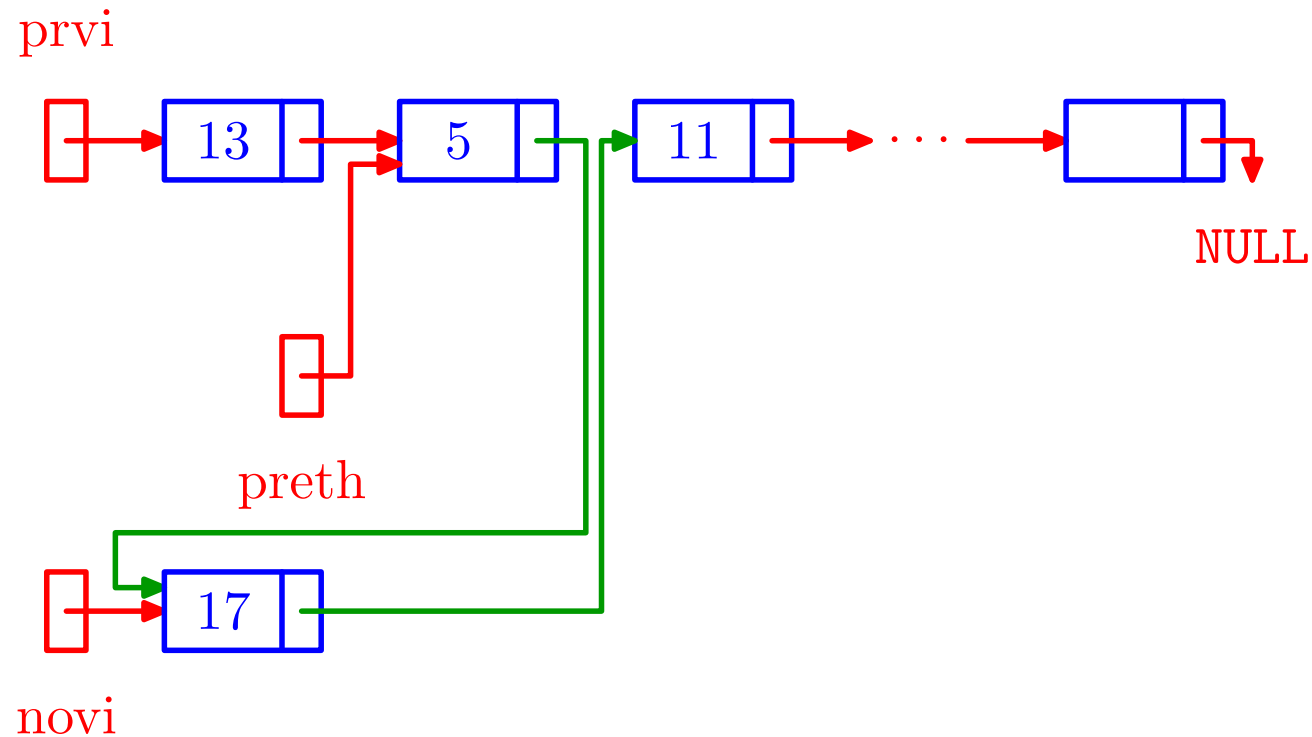


## Ubaci bilo gdje iza prvog



```
novi->sljed = preth->sljed;
```

## Ubaci bilo gdje iza prvog



```
novi->sljed = preth->sljed;  
preth->sljed = novi;
```

## *Funkcija* ubaci\_iza

---

```
lista ubaci_iza(lista prvi, lista preth, lista novi)
{
    /* Ne provjerava novi != NULL. */
```

## *Funkcija* ubaci\_iza — *nastavak*

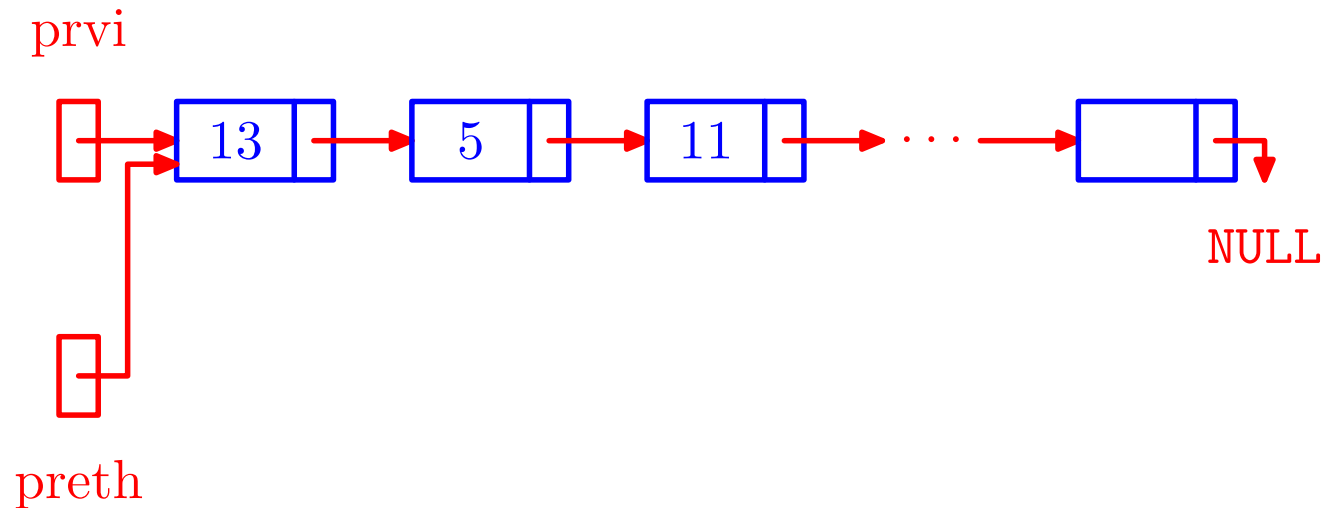
```
/* Ako je preth == NULL, ubacujemo na pocetak. */

if (preth == NULL) {
    novi->sljed = prvi;
    prvi = novi;
}
else {
    novi->sljed = preth->sljed;
    preth->sljed = novi;
}

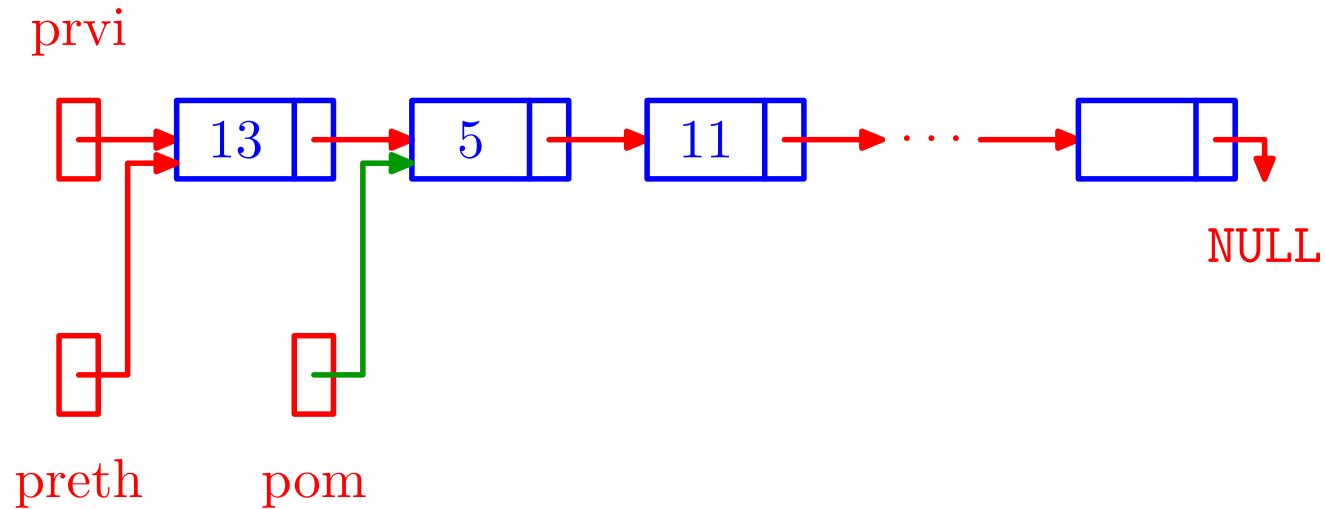
return prvi;
}
```

---

## Obriši bilo gdje iza prvog



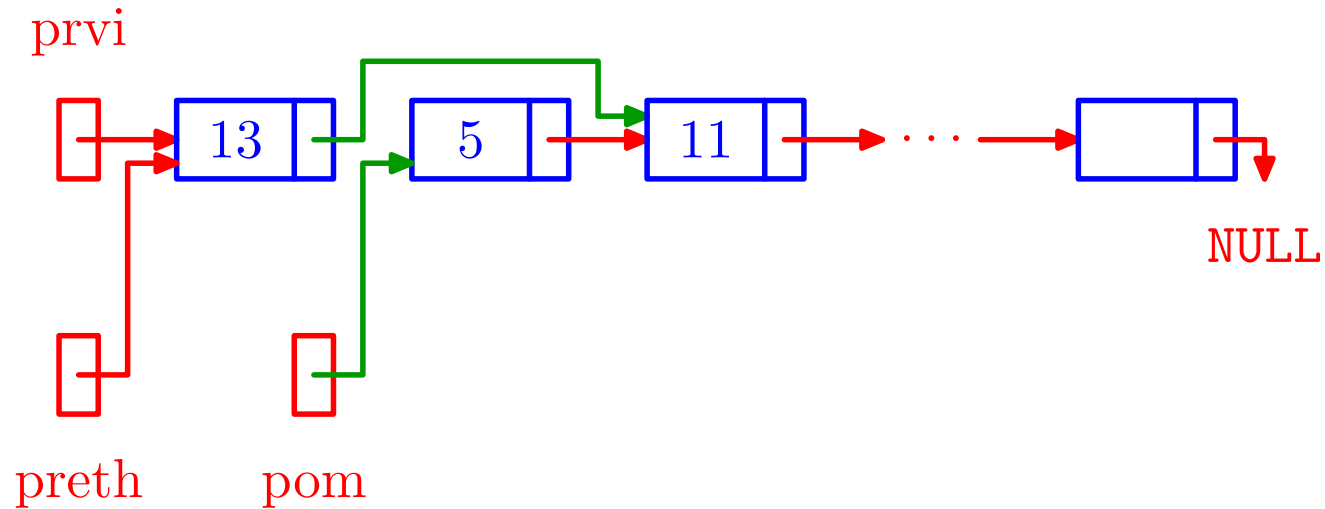
## Obriši bilo gdje iza prvog



```
preth->sljed = pom;
```



## Obriši bilo gdje iza prvog



```
preth->sljed = pom->sljed;
```

## *Funkcija* obrisi\_iza

```
lista obrisi_iza(lista prvi, lista preth)
{
    lista pom;
```

## *Funkcija* obrisi\_iza — *nastavak*

```
/* Ako je preth == NULL, brisemo prvi element. */

if (preth == NULL) {
    pom = prvi;
    prvi = prvi->sljed;
}
else {
    pom = preth->sljed;
    preth->sljed = pom->sljed;
}
free(pom);

return prvi;
}
```

## *Funkcija* `obrisi_iza` — *komentari*

Ovaj oblik funkcije `obrisi_iza` ima dva nedostatka:

- ❶ `ne` provjerava je li ulazna lista `prazna`, tj. `ne` testira da li na početku vrijedi `prvi == NULL`,
- ❷ `ne` pazi na `kraj` liste, ako je `preth == zadnji`, tj. `preth->sljed == NULL`.

Uvjerite se da u oba slučaja funkcija `ne radi` dobro!

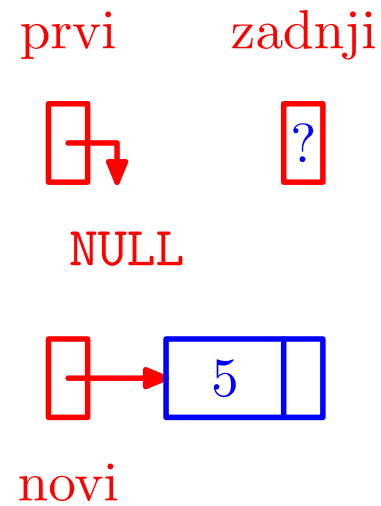
Što sve treba `popraviti`?

Još “`pedantnija`” varijanta:

- ❸ `provjerava` da li pokazivač `preth` zaista pokazuje na neki element liste zadane pokazivačem `prvi`.

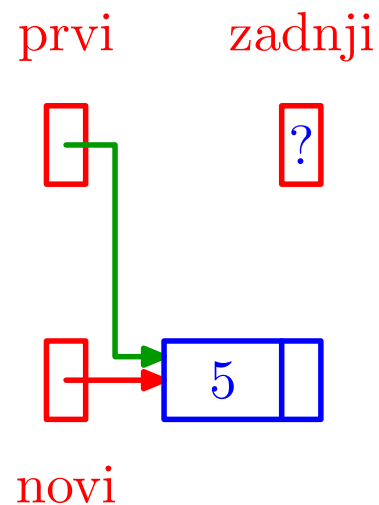
## Ubaci na kraj s pamćenjem zadnjeg

Dodaj u praznu listu:



## Ubaci na kraj s pamćenjem zadnjeg

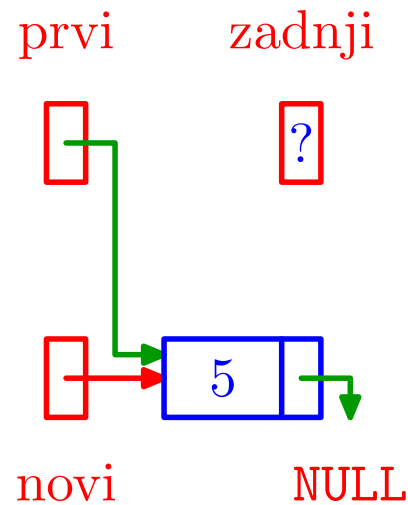
Dodaj u praznu listu:



```
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else /* Očekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;
```

## Ubači na kraj s pamćenjem zadnjeg

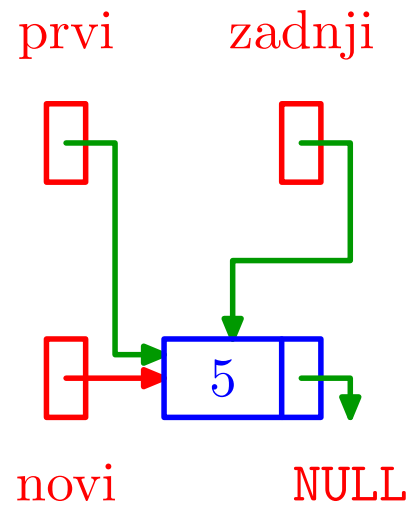
Dodaj u praznu listu:



```
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else /* Očekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;
novi->sljed = NULL;
```

## Ubaci na kraj s pamćenjem zadnjeg

Dodaj u praznu listu:

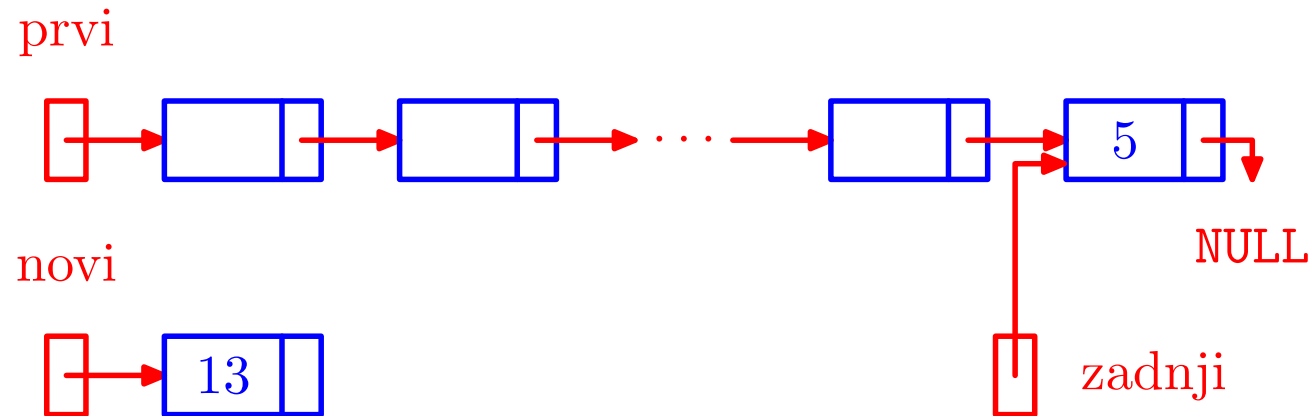


```
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else /* Očekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;
novi->sljed = NULL;
zadnji = novi;
```



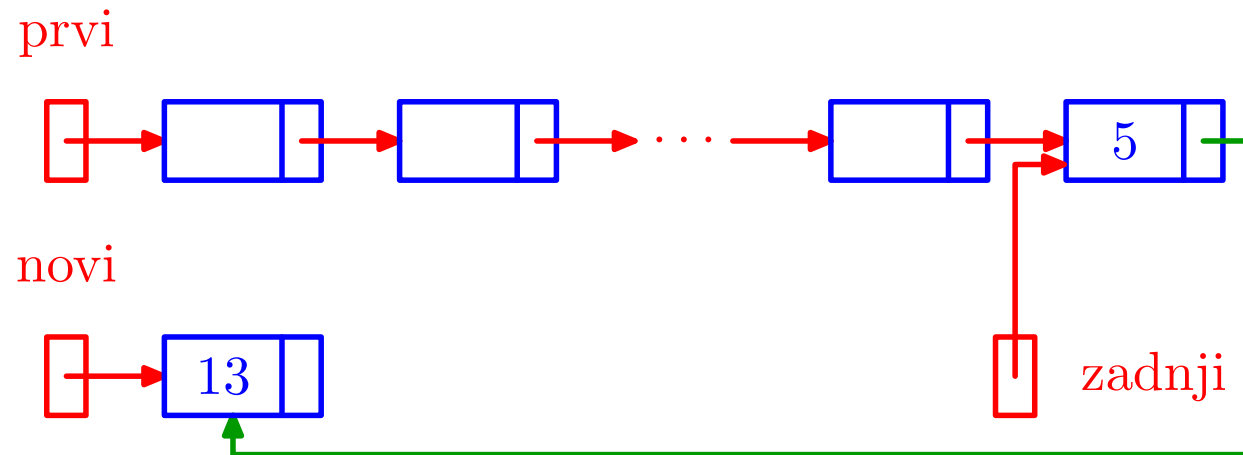
## Ubaci na kraj s pamćenjem zadnjeg

Situacija nakon barem jednog ubacivanja na kraj:



## Ubaci na kraj s pamćenjem zadnjeg

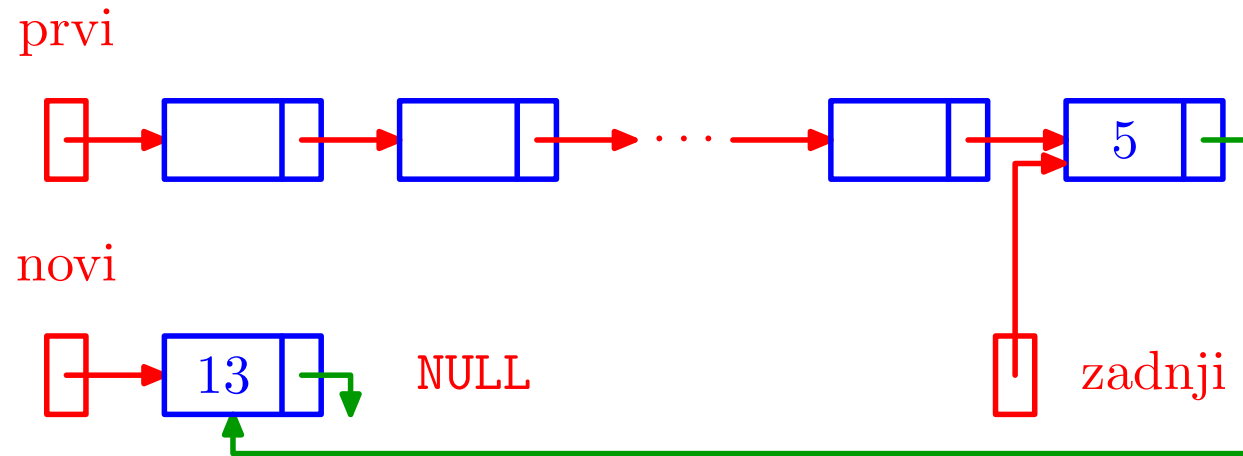
Situacija nakon barem jednog ubacivanja na kraj:



```
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else /* Očekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;
```

## Ubači na kraj s pamćenjem zadnjeg

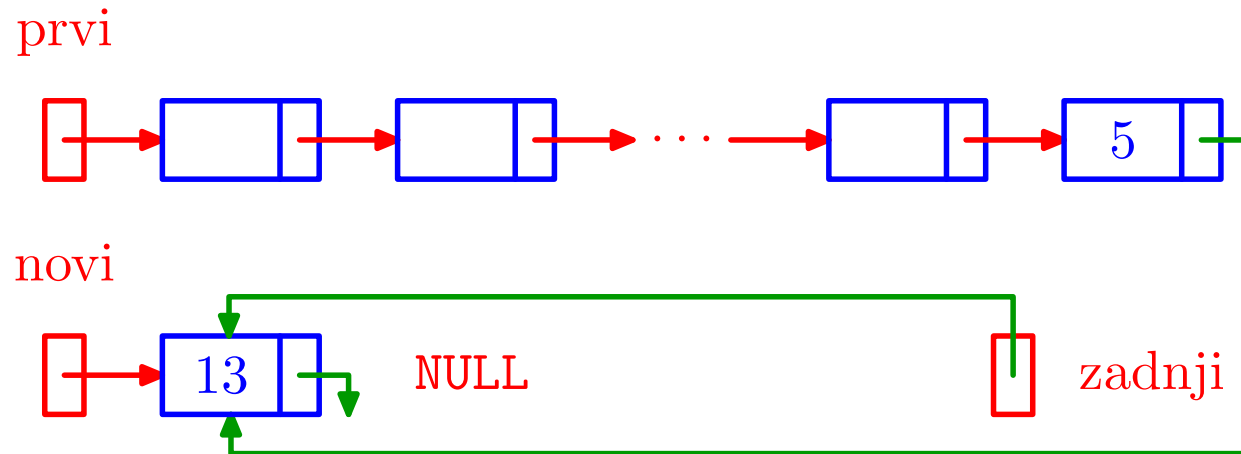
Situacija nakon barem jednog ubacivanja na kraj:



```
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else /* Očekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;
novi->sljed = NULL;
```

## Ubači na kraj s pamćenjem zadnjeg

Situacija nakon barem jednog ubacivanja na kraj:



```
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else /* Očekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;
novi->sljed = NULL;
zadnji = novi;
```

## *Funkcija* ubaci\_na\_kraj

```
lista ubaci_na_kraj(lista prvi, lista *p_zadnji,  
                    lista novi)  
{  
    /* Ne provjerava novi != NULL. */  
    /* Vraca zadnji kroz varijabilni  
       argument - pokazivac p_zadnji. */  
  
    lista zadnji = *p_zadnji;
```

## *Funkcija* ubaci\_na\_kraj — *nastavak*

```
        /* Ovdje se moze dodati test:
           prvi == NULL || zadnji == NULL. */
if (prvi == NULL)
    prvi = novi;
else    /* Ocekujemo zadnji->sljed == NULL. */
    zadnji->sljed = novi;

novi->sljed = NULL;
zadnji = novi;
*p_zadnji = zadnji;  /* Vрати zadnji! */

return prvi;
}
```

---