

# *Programiranje 2*

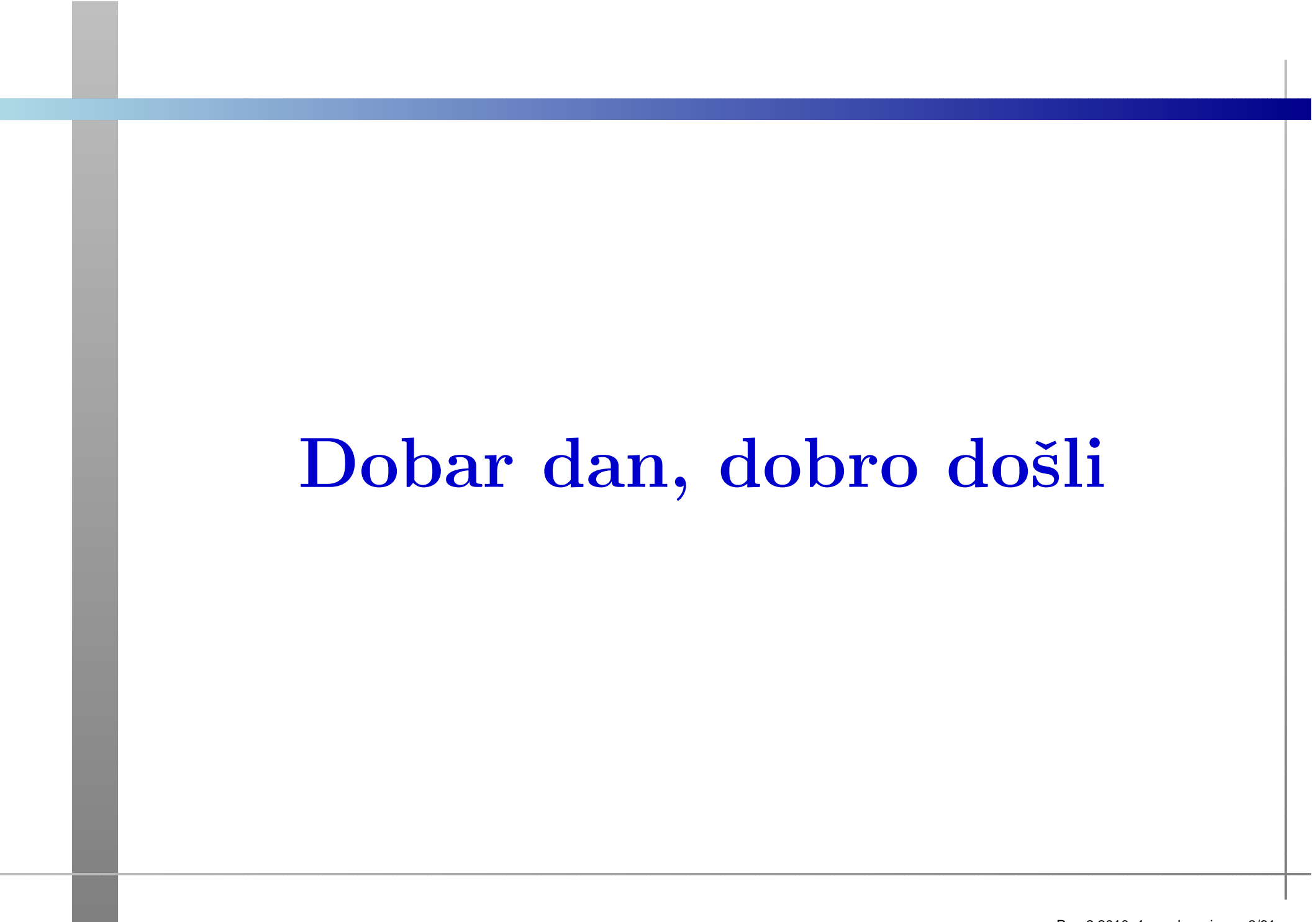
## *1. predavanje*

Saša Singer

`singer@math.hr`

`web.math.hr/~singer`

PMF – Matematički odjel, Zagreb



# Dobar dan, dobro došli

# Sadržaj predavanja (početak)

- Uvod u kolegij:
  - Tko sam, što sam i kako do mene.
  - Pravila lijepog ponašanja.
  - Računarski kolegiji na preddiplomskom studiju.
  - Cilj kolegija “Programiranje 2”.
  - Pregled sadržaja kolegija.
  - Ostale važne informacije o kolegiju. Posebno:
    - “Pravila igre” ili način polaganja ispita.
    - Literatura.
    - Korisni linkovi — službena web stranica kolegija.

# Sadržaj predavanja (nastavak)

- **Funkcije** (ponavljanje):
  - Načini prijenosa argumenata:
    - “po vrijednosti”, “po adresi”.
  - Prijenos argumenata po vrijednosti u C-u.
  - Prijenos adresa — “varijabilni” argumenti.
- **Rekurzivne funkcije.**
  - Fibonaccijevi brojevi — **NE TAKO**.
  - QuickSort algoritam.

# Informacije

Ovaj semestar imamo

- 🕒 samo 13 tjedana nastave, umjesto ranijih 14.

Zato

- 🕒 preskačemo bivše prvo predavanje — ponavljanje gradiva iz Prog1 (visi na webu kao nulto predavanje),
- 🕒 sva ranija predavanja se pomiču za jedno predavanje ranije.

Vodite računa o tome, ako šampate unaprijed!

# Uvod u kolegij

# Sadržaj

- Uvod u kolegij:
  - Tko sam, što sam i kako do mene.
  - Pravila lijepog ponašanja.
  - Računarski kolegiji na preddiplomskom studiju.
  - Cilj kolegija “Programiranje 2”.
  - Pregled sadržaja kolegija.
  - Ostale važne informacije o kolegiju. Posebno:
    - “Pravila igre” ili način polaganja ispita.
    - Literatura.
    - Korisni linkovi — službena web stranica kolegija.

# Na samom početku

- **Moja malenkost** (u punom “sjaju”):

doc. dr. sc. Saša Singer

- **Službeni osobni podaci:**

- ured (soba, kabinet): 227, drugi kat,

- e-mail: [singer@math.hr](mailto:singer@math.hr)  
(Molim plain text poruke.)

- web stranica: <http://web.math.hr/~singer/>  
(ona “službena”: <http://www.math.hr/~singer/>  
je, uglavnom, [beskorisna](#))

- **Konzultacije** (službeno):

- petak, 12–14 sati, ili — po dogovoru.



# Osnovna pravila “lijepog” ponašanja

Imam nekoliko lijepih **zamolbi** u rubrici “**kultura**”.

● Prva i osnovna je

**razumna tišina,**

tj. da pričanjem **ne ometate** izvođenje nastave.

● Zatim, **ne kasnite** na predavanje.

● Održavajte **razuman red** u predavaonici.

● **Mobilne telefone**, molim, **utišajte**.

# Ukratko o kolegijima iz računarstva

Programiranje 2 — skraćeno = P2, je drugi od (barem) 4 računarska kolegija na preddiplomskom studiju Matematika:

- Programiranje 1 (P1) (prije: Uvod u računarstvo (UuR)),
- Programiranje 2 (P2) (prije: Programiranje (C)),
- Strukture podataka i algoritmi (SPA),
- Računarski praktikum I (RP1).

**Napomena:** Raniji kolegiji su preduvjet za kasnije (navedenim redom, od 1. do 4. semestra).

P2 je drugi osnovni kolegij iz računarstva. Dakle, ne šalite se.

- Tko ima problema s P2, vrlo će teško “preživjeti” ostatak.

# Cilj kolegija Programiranje 2

Ovaj kolegij,

— kao nastavak na Prog1 i preduvjet za SPA,  
ima 2 osnovna cilja:

- savladavanje osnovnih tehnika programiranja, tj. realizacija osnovnih algoritama,
- učenje konkretnog programskog jezika — C, koji je sredstvo za realizaciju tih algoritama.

# Cilj kolegija Programiranje 2 (nastavak)

Očekivana znanja i vještine — koje Vi trebate steći:

- razumijevanje koncepata i praktični rad s
  - funkcijama,
  - pokazivačima,
  - složenim strukturama podataka (polja, strukture, vezane liste),
  - datotekama,
- razumijevanje sintakse i semantike naredbi programskog jezika C,
- sposobnost pisanja osnovnih algoritama u programskom jeziku C.

# Pregled sadržaja kolegija

**Teme** — posložene kao elementi programskog jezika C:

- Ponavljanje gradiva iz kolegija Programiranje 1 — web.
- Funkcije i rekurzivne funkcije.
- Struktura programa.
- Dvodimenzionalna i višedimenzionalna polja.
- Pokazivači. Pokazivači i polja. Pokazivači i funkcije.
- Strukture.
- Datoteke.
- Pre(d)procesorske naredbe.
- Standardna C biblioteka.

# Kako položiti Programiranje 2?

Ocjena se formira na temelju zbroja bodova iz 3 dijela:

- 1. kolokvij — ima (najmanje) 40 bodova,
- 2. kolokvij — ima (najmanje) 60 bodova,
- “domaće” zadaće (ukupno  $n$ , svaka nosi  $m$  bodova) — još nisu “žive”, pratite obavijesti.

Nije greška — zaista se može osvojiti preko 100 bodova.

Za prolaz je potrebno:

- zaraditi ukupno barem 45 bodova iz kolokvija (bilo kako, nema uvjeta).

Zadaće ne ulaze u granicu (45 bodova) za prolaz i ne zbrajaju se na popravnom!

## Polaganje ispita (nastavak)

Nadalje, zadaće **nisu** obavezne, ali su **vrlo korisne**

📌 kao **bonus** za “dizanje” ocjene!

U načelu — **usmenog** ispita **NEMA**. Mogući **izuzeci** su:

📌 po **želji** — ako niste zadovoljni ocjenom,

📌 po **kazni** — nastavnik **IMA PRAVO** pozvati studenta na usmeni ispit (na pr. zbog **prepisivanja** na kolokviju).

Napomena: usmeni je **praktični** (za računalom).

Više detalja o načinu polaganja ispita možete naći na službenim **web stranicama** kolegija.

Ovdje ide priča da “**nema šale**”.

# Kako položiti ispit — upozorenje!

“Nema šale”  $\iff$  programiranje se uči prvenstveno

- 🕒 samostalnim pisanjem programa na računalu.

Nema zamjene za to iskustvo!

- 🕒 Ne može ga netko steći za vas, umjesto vas.

Upozorenje: C nije jednostavan jezik i

- 🕒 nije izmišljen za učenje programiranja.

Svakako,

- 🕒 isprobajte programe s predavanja i vježbi.

Sve je dostupno na webu

- 🕒 službenom i/ili mojem — v. malo dalje.



# Literatura za Prog2

Osnovna literatura su, naravno,

- predavanja i vježbe,

s popratnim materijalima (na pr. programi na webu).

Dodatna literatura — ukratko (više riječi je bilo na Prog1):

- Brian W. Kernighan i Dennis M. Ritchie,  
The C Programming Language (second edition),  
Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1988.

- B. S. Gottfried, Theory and Problems of Programming  
with C (second edition), Schaum's outline series,  
McGraw-Hill, New York, 1996.  
(Uputa: tražite najnovije izdanje.)

# Programska podrška za C

Za praktično programiranje u C-u, možete koristiti

- DevC++, MS Visual Studio, ... , na Windowsima,
- cc, gcc na Unix/Linux platformi.

Ponavljam:

- isprobajte programe s predavanja i vježbi.

Osim toga, (is)koristite demonstratore.

# Korisni linkovi

Službena web stranica kolegija je:

<http://degiorgi.math.hr/prog2/>

Tamo su:

- 📌 predavanja prof. Nogo  
(moja predavanja su na mom webu, da ne bude “kaos”),
- 📌 vježbe,
- 📌 sve bitne obavijesti,
- 📌 svašta drugo — pogledajte!

## Korisni linkovi (nastavak)

Isplati se relativno često svratiti, jer se

- ☛ sve važne stvari prvo pojave na webu.

Na primjer, rezultati kolokvija!

Ako mislite da bi na službenom webu, trebalo biti još nešto, slobodno predložite!

- ☛ Ideja je da tamo bude sve što vam može pomoći.

**Molba:** Ako nešto ne radi, odmah javite meni ili asistentima.

- ☛ Najbolje, Vedranu Šegi (na vsego), jer on vodi brigu o webu.

*Ima li pitanja?*

Slušam ...

# Funkcije

# Sadržaj

- Funkcije:
  - Načini prijenosa argumenata:
    - “po vrijednosti”, “po adresi”.
  - Prijenos argumenata po vrijednosti u C-u.
  - Prijenos adresa — “varijabilni” argumenti.
  - Rekurzivne funkcije.
    - Fibonaccijevi brojevi.
    - QuickSort algoritam.

# Definicija funkcije — ponavljanje

Funkcija je programska cjelina koja

- uzima neke ulazne podatke,
- izvršava određeni niz naredbi,
- i vraća rezultat svog izvršavanja na mjesto poziva.

Definicija funkcije ima oblik:

---

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,  
                        ..., tip_n arg_n)  
{  
    tijelo funkcije  
}
```

---



# Načini prijenosa argumenata

Formalni i stvarni argumenti (ili parametri):

- Argumenti deklarirani u definiciji funkcije nazivaju se formalni argumenti.
- Izrazi koji se pri pozivu funkcije nalaze na mjestima formalnih argumenata nazivaju se stvarni argumenti.

Veza između formalnih i stvarnih argumenata uspostavlja se

- prijenosom argumenata prilikom poziva funkcije.

Sasvim općenito, postoje dva načina prijenosa (ili predavanja) argumenata prilikom poziva funkcije:

- prijenos vrijednosti argumenata — engl. “call by value”,
- prijenos adresa argumenata — engl. “call by reference”.

# Prijenos argumenata po vrijednosti

Kod prijenosa **vrijednosti** argumenata

- funkcija prima **kopije** vrijednosti **stvarnih** argumenata, što znači da

- funkcija **ne može izmijeniti stvarne** argumente.

**Stvarni** argumenti **mogu** biti **izrazi**. Prilikom poziva funkcije,

- **prvo** se izračuna **vrijednost** tog izraza,

- a **zatim** se ta **vrijednost prenosi** u funkciju,

- i **kopira** u odgovarajući **formalni** argument.

# Prijenos argumenata po adresi

Kod prijenosa **adresa** argumenata

- funkcija prima **adrese stvarnih** argumenata, što znači da

- funkcija **može izmijeniti stvarne** argumente, tj. **sadržaje** na tim **adresama**.

**Stvarni** argumenti, u principu, **ne mogu** biti **izrazi**,

- već **samo varijable**,

- odnosno, **objekti** koji **imaju adresu**.

# Prijenos argumenata u C-u

U C-u postoji **samo** prijenos argumenata **po vrijednosti**.

- Svaki **formalni** argument ujedno je i **lokalna** varijabla u toj funkciji.
- **Stvarni** argumenti u **pozivu** funkcije su **izrazi** (izračunaj vrijednost, kopiraj ju u **formalni** argument).

Ako funkcijom želimo **promijeniti** vrijednost nekog **podatka**,

- pripadni argument **treba** biti **pokazivač na taj podatak**, tj. njegova **adresa**!

- Tada se **adresa** prenosi **po vrijednosti** — **kopira** u funkciju,
- ali smijemo **promijeniti sadržaj** na toj **adresi**, koristeći operator dereferenciranja **\***.

# Prijenos vrijednosti argumenata

Primjer. Prijenos vrijednosti argumenata (kvad\_1.c).

---

```
#include <stdio.h>

void kvadrat(int x, int y)
{
    y = x*x;
    printf("Unutar funkcije: x = %d, y = %d.\n",
           x, y);
    return;
}
```

---

Kvadrat od **x** sprema se u **lokalnoj** varijabli **y**, pa **nema** traga izvan funkcije **kvadrat**.

# Prijenos vrijednosti argumenata (nastavak)

```
int main(void) {  
    int x = 3, y = 5;  
  
    printf("Prije poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);  
    kvadrat(x, y);  
    printf("Nakon poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);  
    return 0;  
}
```

Rezultat izvršavanja programa je:

Prije poziva: x = 3, y = 5.

Unutar funkcije: x = 3, y = 9.

Nakon poziva: x = 3, y = 5.

# Prijenos adresa argumenata

Primjer. Prijenos **adresa** argumenata (**kvad\_2.c**).

---

```
#include <stdio.h>

void kvadrat(int *x, int *y)
{
    *y = *x**x; /* = (*x) * (*x). */
    printf("Unutar funkcije: x = %d, y = %d.\n",
           *x, *y);
    return;
}
```

---

Kvadriramo **sadržaj** od **x** i spremamo ga u **sadržaj** od **y**, pa **ostaje** trag **izvan** funkcije **kvadrat** — **mijenja** se **\*y**.

## Prijenos adresa argumenata (nastavak)

```
int main(void) {  
    int x = 3, y = 5;  
  
    printf("Prije poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);  
    kvadrat(&x, &y);  
    printf("Nakon poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);  
    return 0;  
}
```

Rezultat izvršavanja programa je:

Prije poziva: x = 3, y = 5.

Unutar funkcije: x = 3, y = 9.

Nakon poziva: x = 3, y = 9.



## Napomene uz primjer

U **prvom** primjeru

```
void kvadrat(int x, int y)
```

**x** i **y** su lokalne varijable tipa **int**.

U **drugom** primjeru

```
void kvadrat(int *x, int *y)
```

**x** i **y** su lokalne varijable tipa **int \***, tj. **pokazivači** na **int**.

Nije lijepo da se **razne** stvari **isto** zovu! Recimo, **px** i **py** bi bilo bolje u drugom primjeru.

“**Prava**” realizacija bi bila

```
void kvadrat(int x, int *py)
```

jer **x** ne mijenjamo!

# Korektni prijenos argumenata

**Primjer.** Korektni prijenos argumenata — `y` je “**varijabilni**” argument, pa prenosimo **adresu** `py` (`kvad_3.c`).

---

```
#include <stdio.h>
```

```
void kvadrat(int x, int *py)
{
    *py = x*x;
    printf("Unutar funkcije: x = %d, y = %d.\n",
           x, *py);
    return;
}
```

---

Kvadrat od `x` spremamo u **sadržaj** od `py`, pa **ostaje** trag **izvan** funkcije `kvadrat` — **mijenja** se `*py`.

## Korektni prijenos argumenata (nastavak)

```
int main(void) {  
    int x = 3, y = 5;  
  
    printf("Prije poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);  
    kvadrat(x, &y);  
    printf("Nakon poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);  
    return 0;  
}
```

Rezultat izvršavanja programa je:

Prije poziva: x = 3, y = 5.

Unutar funkcije: x = 3, y = 9.

Nakon poziva: x = 3, y = 9.

## Korektni prijenos argumenata (nastavak)

Potpuni pregled stanja stvari dobivamo ispisom adresa, vrijednosti i sadržaja na adresama (`kvad_p3.c`):

---

U glavnom programu (funkcija `main`):

adresa od `x` (`&x`) = 0012FF5C

adresa od `y` (`&y`) = 0012FF60

Prije poziva funkcije:

vrijednost od `x` (`x`) = 3

vrijednost od `y` (`y`) = 5

Unutar funkcije `kvadrat`:

adresa od `x` (`&x`) = 0012FF28

adresa od `py` (`&py`) = 0012FF2C

vrijednost od `x` (`x`) = 3

vrijednost od `py` (`py`) = 0012FF60

sadržaj od `py` (`*py`) = 9

## *Korektni prijenos argumenata (nastavak)*

Nakon poziva funkcije:

vrijednost od  $x$  ( $x$ ) = 3

vrijednost od  $y$  ( $y$ ) = 9

---

# Rekurzivne funkcije

# Rekurzivne funkcije

Programski jezik C dozvoljava tzv. rekurzivne funkcije, tj.

- da funkcija poziva samu sebe.

U pravilu,

- rekurzivni algoritmi su kraći,

- ali izvođenje, u načelu, traje dulje.

Katkad — puno dulje, ako puno puta računamo istu stvar.  
Zato oprez!

**Napomena.** Svaki rekurzivni algoritam mora imati

- “nerekurzivni” dio, koji omogućava prekidanje rekurzije.

Najčešće je to neki if u inicijalizaciji rekurzije.

# Fibonaccijski brojevi



# Fibonaccijski brojevi

Primjer. Drugi standardni primjer rekurzivne funkcije (osim faktoriijela) su Fibonaccijski brojevi, definirani rekurzijom

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n \geq 2, \quad \text{uz} \quad F_0 = 0, \quad F_1 = 1.$$

Po definiciji, možemo napisati rekurzivnu funkciju:

---

```
long int fib(int n)
{
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return fib(n - 1) + fib(n - 2);
}
```

---

Ali, ovo nemojte raditi. Zabranjujem!

## Fibonaccijski brojevi (nastavak)

Ovdje je broj rekurzivnih poziva **ogroman** i **veći** od samog broja  $F_n$ .

**Ne vjerujete?** Dodajmo funkciji **globalni** brojač poziva **broj\_poziva** (**fib\_r.c**).

---

```
long int fib(int n)
{
    ++broj_poziva;  /* globalni brojac poziva */
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return fib(n - 1) + fib(n - 2);
}
```

---

Za  $n = 20$  rezultat je  $F_{20} = 6765$ , a za računanje treba **21891** poziv funkcije!

# Fibonaccijevi brojevi petljom

I ovo ide **puno brže** običnom **petljom**:

- **novi** član je **zbroj** prethodna dva, uz “**pomak**” članova.

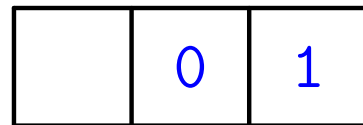
Za realizaciju tog algoritma trebamo “**prozor**” od samo **3** člana niza:

- **fn** = **novi** član,
- **fp** = **prošli** član,
- **fpp** = **pretprošli** član.

# Fibonaccijevi brojevi

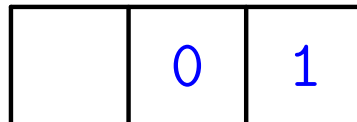
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

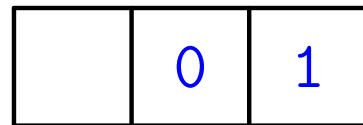


fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

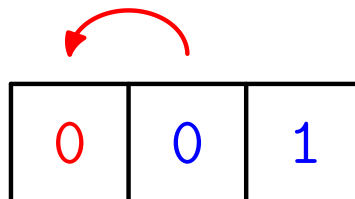
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



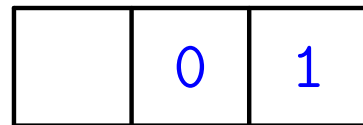
fpp fp fn

fpp = fp

# Fibonaccijevi brojevi

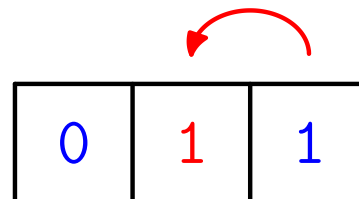
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



fpp fp fn

fp = fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1
---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

0	1	1
---	---	---

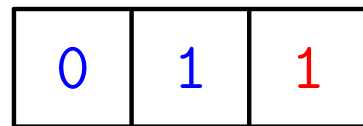
fn = fp + fpp

fpp fp fn

# Fibonaccijski brojevi

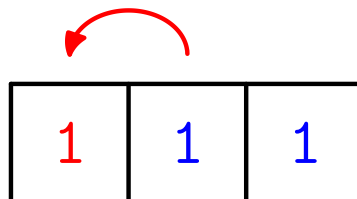
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



fpp fp fn

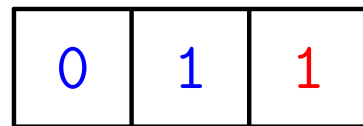
fpp = fp



# Fibonaccijevi brojevi

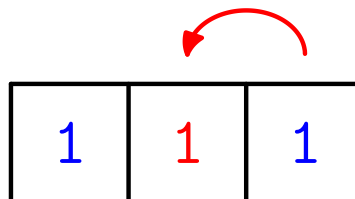
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



fpp fp fn

fp = fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2
---	---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

1	1	2
---	---	---

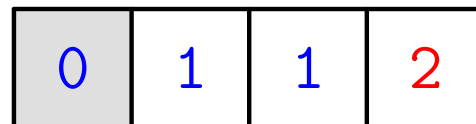
fn = fp + fpp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

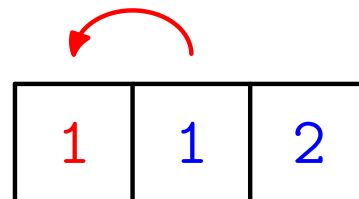
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



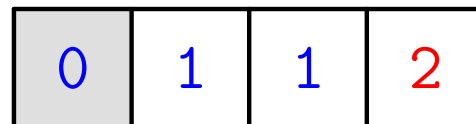
fpp fp fn

fpp = fp

# Fibonaccijevi brojevi

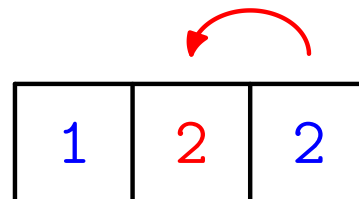
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



fp = fn

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3
---	---	---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

1	2	3
---	---	---

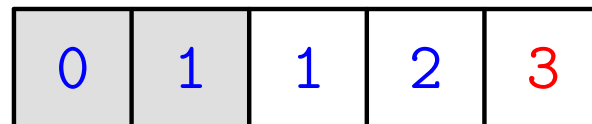
fn = fp + fpp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

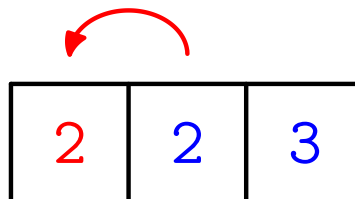
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



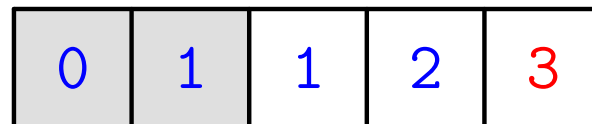
fpp = fp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

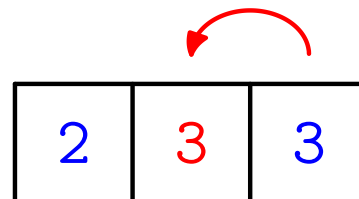
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



fp = fn

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5
---	---	---	---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

2	3	5
---	---	---

fn = fp + fpp

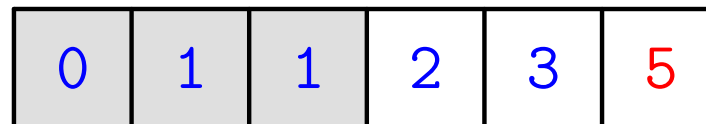
fpp fp fn



# Fibonaccijevi brojevi

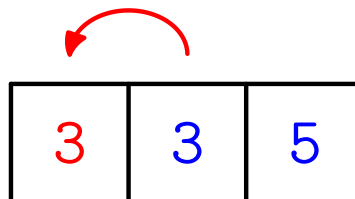
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



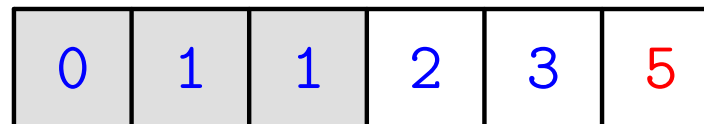
fpp = fp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

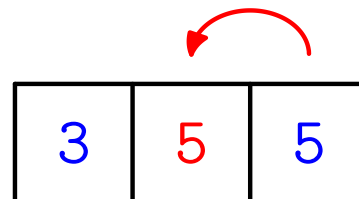
**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:



fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



fp = fn

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8
---	---	---	---	---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

3	5	8
---	---	---

fn = fp + fpp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi


**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8
---	---	---	---	---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



5	5	8
---	---	---

fpp = fp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8
---	---	---	---	---	---	---

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

5	8	8
---	---	---

fp = fn

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8	13
---	---	---	---	---	---	---	----

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

5	8	13
---	---	----

fn = fp + fpp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi


**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8	13
---	---	---	---	---	---	---	----

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:



8	8	13
---	---	----

fpp = fp

fpp fp fn

# Fibonaccijevi brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8	13
---	---	---	---	---	---	---	----

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

8	13	13
---	----	----

fp = fn

fpp fp fn



# Fibonaccijski brojevi

**Primjer.** Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ .

Prozor širine 3 “putuje” nizom:

0	1	1	2	3	5	8	13	21
---	---	---	---	---	---	---	----	----

fpp fp fn

Što se stvarno zbiva s prozorom:

8	13	21
---	----	----

fn = fp + fpp

fpp fp fn

## *Fibonaccijski brojevi petljom (nastavak)*

**Iterativna** (nerekurzivna) verzija funkcije za **Fibonaccijske** brojeve (**fib\_a.c**).

---

```
long int fibonacci(int n)
{
    long int f_n, f_p, f_pp;  /* Namjerno NE inic. */
    int i;

    if (n == 0) return 0;  /* F[0] */
    if (n == 1) return 1;  /* F[1] */

    /* Sad inicijaliziramo prva dva.
       Inicijalizacija odgovara
       stanju za n = 1 (a ne 2). */
```

## *Fibonaccijski brojevi petljom (nastavak)*

```
f_p = 0;  /* Prosli F[0] */
f_n = 1;  /* Ovaj    F[1] */

for (i = 2; i <= n; ++i) {
    f_pp = f_p;           /* F[i - 2] */
    f_p  = f_n;           /* F[i - 1] */
    f_n  = f_p + f_pp;    /* F[i]    */
}

return f_n;
}
```

---

## Fibonaccijski brojevi (kraj)

Ima još **puno brži** algoritam za računanje  $F_n$ ,

• složenost mu je  $O(\log n)$ , a ne  $O(n)$ ,  
ali se **ne isplati** za **male**  $n$ .

Naime, **najveći** prikazivi Fibonaccijev broj

• na **32** bita, u tipu **int** i u tipu **long int**,  
je  $F_{46} = 1836311903$ .

Dakle, **korektne** rezultate dobivamo samo za  $n \leq 46$ , a tad je **dovoljno brz** i obični **aditivni** algoritam.

# QuickSort algoritam

# QuickSort — uvod i skica algoritma

QuickSort se temelji na principu **podijeli pa vladaj**.

- 📌 Uzmemo jedan element  $x_k$  iz niza i dovedemo ga na njegovo **pravo** mjesto.
- 📌 **Lijevo** od njega ostavimo elemente koji su **manji ili jednaki** njemu (u bilo kojem poretku).
- 📌 **Desno** od njega ostavimo elemente koji su **veći** od njega (u bilo kojem poretku). Možemo i tu dozvoliti jednakost.
- 📌 Ako smo **dobro** izabrali, tj. ako je mjesto  $x_k$  **blizu sredine**, onda ćemo morati sortirati **dva** polja **polovične duljine**.
- 📌 U **najgorem** slučaju, ako smo izabrali “**krivi**”  $x_k$ , morat ćemo sortirati polje duljine  $n - 1$ .

# QuickSort — razrada algoritma

U danom trenutku, rekurzivna funkcija za QuickSort treba sortirati nesređeni dio niza

— između “lijevog” indeksa  $l$  i “desnog” indeksa  $d$ .

Ta dva indeksa (i polje) su argumenti funkcije.

Posla ima ako i samo ako taj dio niza ima barem 2 elementa, tj. ako je  $l < d$ .

Za tzv. ključni element, najčešće se uzima  $k = l$ , tj.

— “prvi” element  $x_l$  treba dovesti na njegovo pravo mjesto u tom komadu niza.

# QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Dogovor:

- lijevo (ili ispred) njega stavljamo elemente koji su manji ili jednaki  $x_l$ ,
- desno (ili iza) njega stavljamo elemente koji su strogo veći od  $x_l$ .

Tada će pravo mjesto elementa  $x_l$  biti zadnje u lijevom dijelu.

Kako se traži “pravo” mjesto?

- Dvostranim pretraživanjem po ostatku niza.
- Sa svake strane (lijeve i desne) tražimo prvi sljedeći element koji “ne spada” na tu stranu niza.
- Ako nađemo takav par — zamijenimo im mjesta!



# QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Algoritam za dvostrano pretraživanje:

---

```
if (l < d) {  
    i = l + 1;  
    j = d;  
  
    /* Prolaz mora i za i == j */  
    while (i <= j) {  
        while (i <= d && x[i] <= x[l]) ++i;  
        while (x[j] > x[l]) --j;  
        if (i < j) swap(&x[i], &x[j]);  
    }  
}
```

---

# QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Iza toga treba još:

- 🔴 dovesti element  $x_l$  na njegovo pravo mjesto — indeks tog mjesta je  $j$ ,
- 🔴 rekurzivno sortirati lijevi i desni podniz.

---

```
    if (l < j) swap(&x[j], &x[l]);  
    quick_sort(x, l, j - 1);  
    quick_sort(x, j + 1, d);  
}
```

---

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

42	12	55	94	18	44	67
----	----	----	----	----	----	----

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

42	12	55	94	18	44	67
----	----	----	----	----	----	----

↑  
l = 0

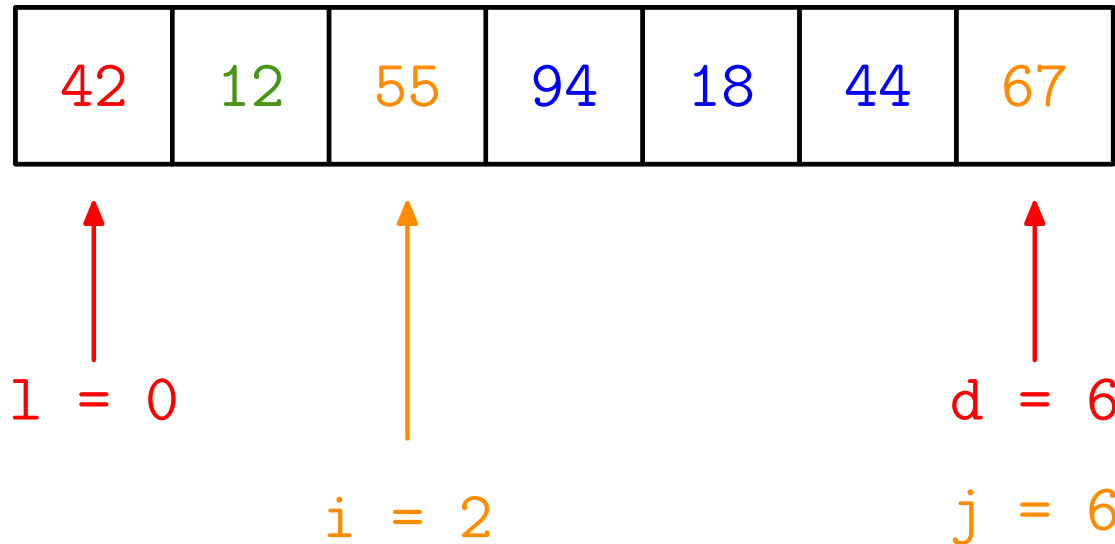
↑  
i = 1

↑  
d = 6

j = 6

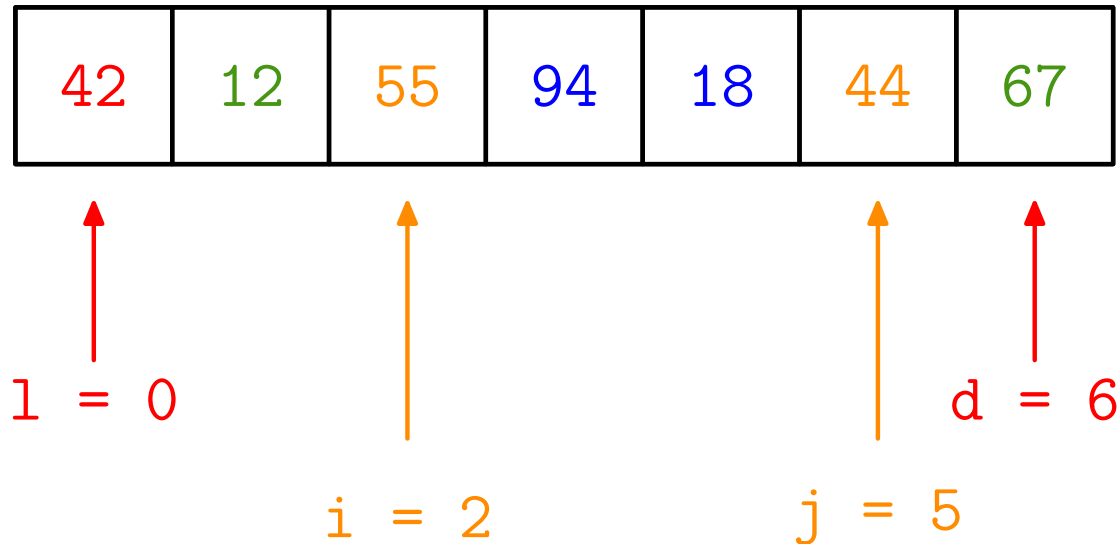
# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.



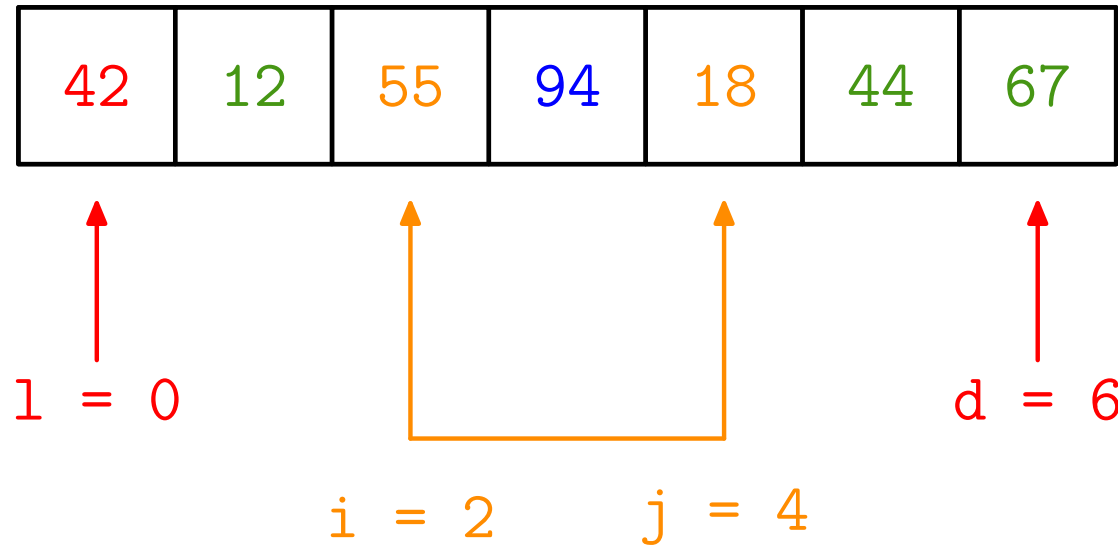
# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.



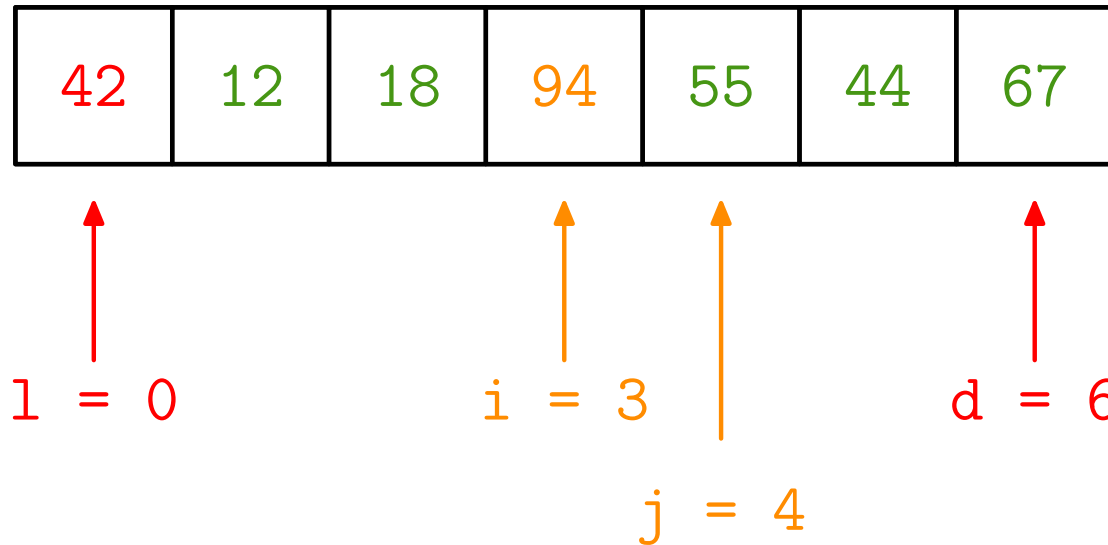
# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.





# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

42	12	18	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----

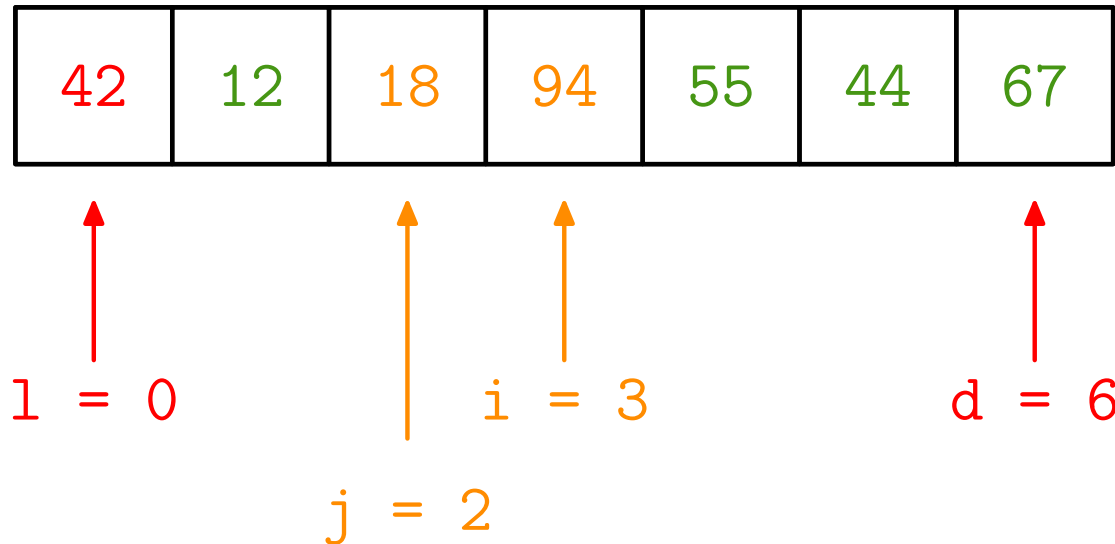
↑  
l = 0

↑  
i = 3  
j = 3

↑  
d = 6

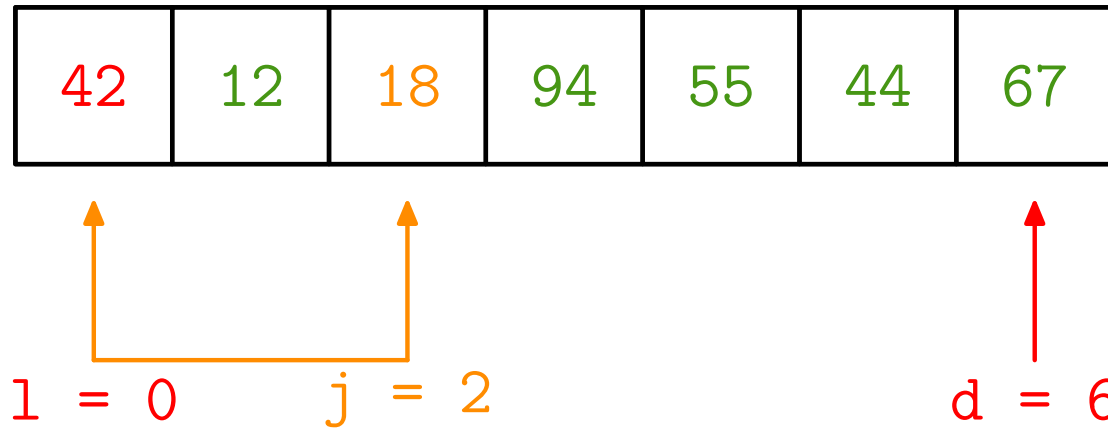
# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

18	12	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----

↑  
 $l = 0$

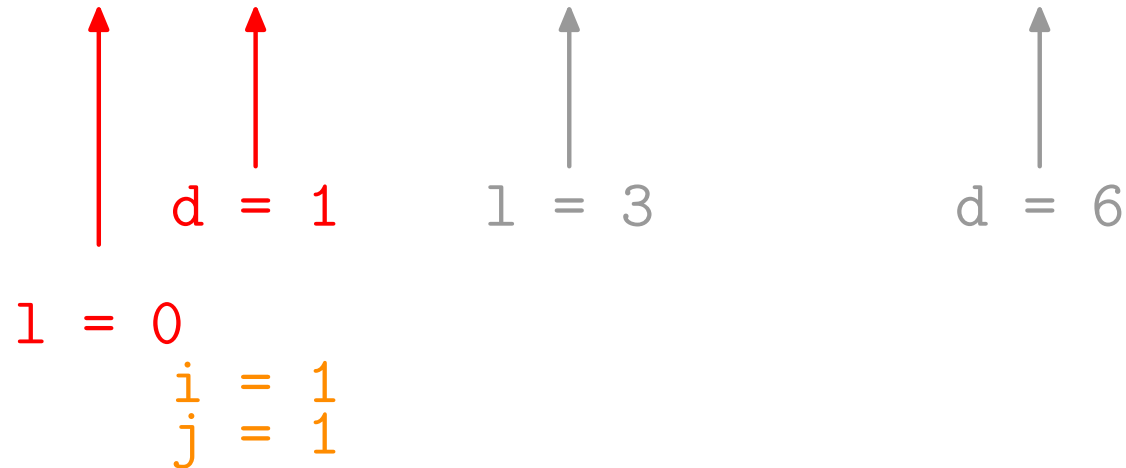
↑  
 $j = 2$

↑  
 $d = 6$

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

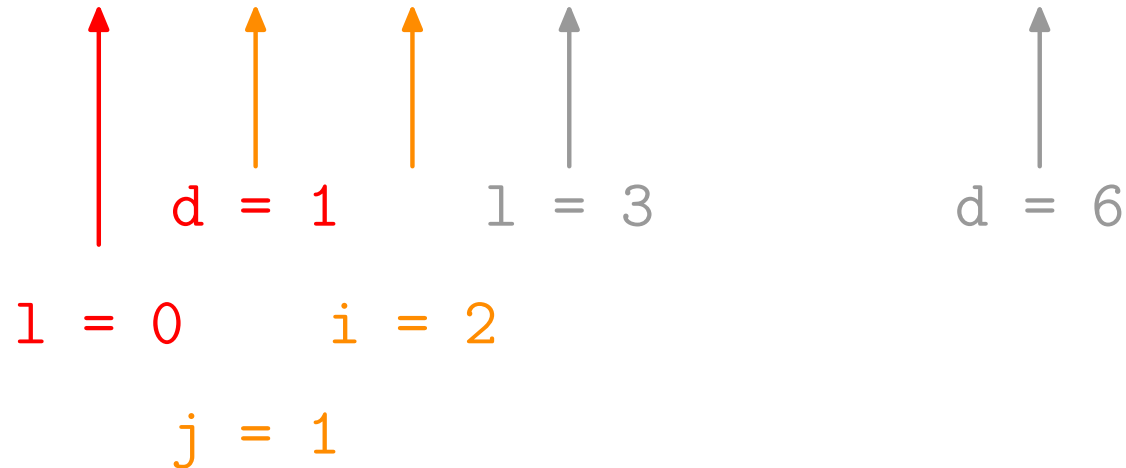
18	12	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

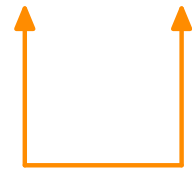
18	12	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----



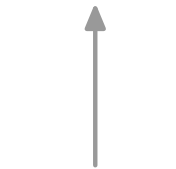
# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

18	12	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----



$d = 1$



$l = 3$



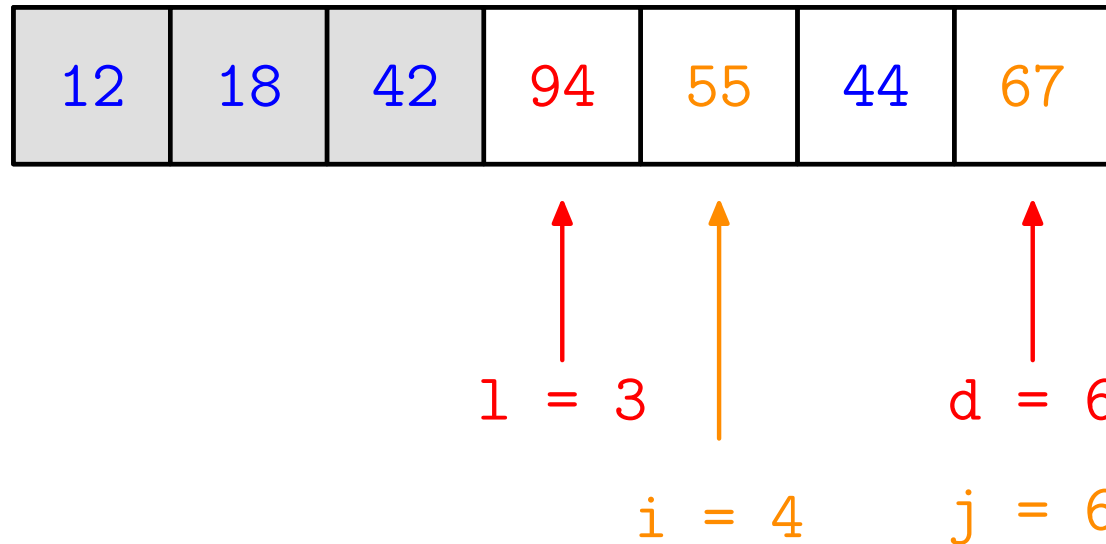
$d = 6$

$l = 0$

$j = 1$

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.





# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----

↑  
l = 3

↑  
d = 6  
j = 6  
i = 5

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----

↑  
l = 3

↑  
d = 6  
j = 6  
i = 6

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----

↑  
l = 3

↑  
d = 6

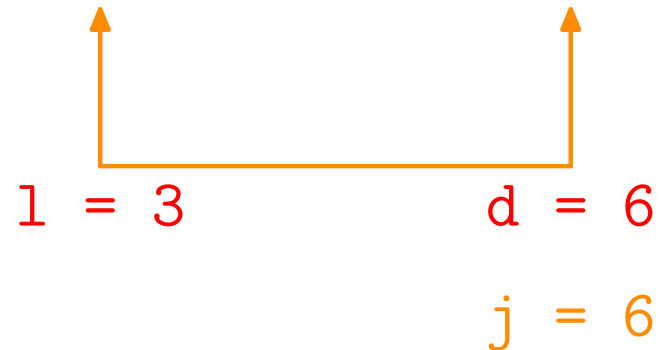
j = 6

↑  
i = 7

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

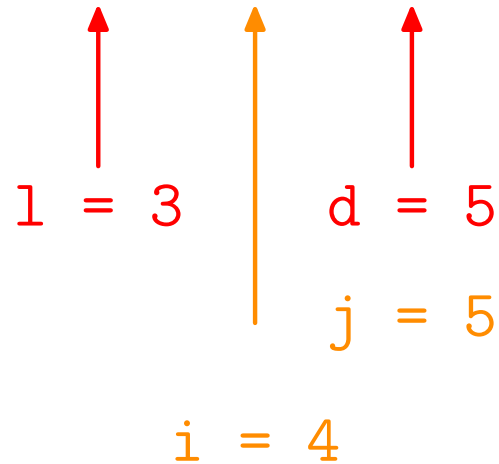
12	18	42	94	55	44	67
----	----	----	----	----	----	----



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	67	55	44	94
----	----	----	----	----	----	----



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	67	55	44	94
----	----	----	----	----	----	----

↑  
l = 3

↑  
d = 5

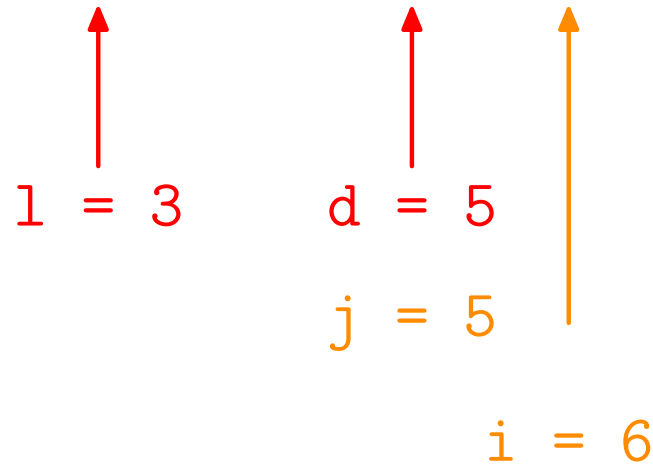
j = 5

i = 5

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

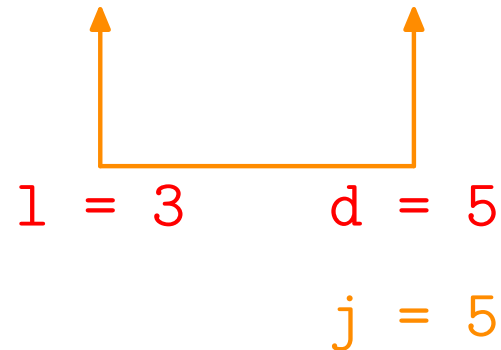
12	18	42	67	55	44	94
----	----	----	----	----	----	----



# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	67	55	44	94
----	----	----	----	----	----	----





# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	44	55	67	94
----	----	----	----	----	----	----

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ d = 4 \\ l = 3 \\ i = 4 \\ j = 4 \end{array}$$

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	44	55	67	94
----	----	----	----	----	----	----

$d = 4$

$l = 3$

$j = 3$

$i = 4$

# QuickSort

Primjer. Sortirajte korištenjem quicksorta zadano polje.

12	18	42	44	55	67	94
----	----	----	----	----	----	----

# QuickSort — složenost

Za složenost vrijedi:

- prosječna složenost =  $O(n \log_2 n)$ , za slučajne dobro razbacane nizove,
- složenost u najgorem slučaju =  $O(n^2)$ , za već sortirani i naopako sortirani niz.

Autor QuickSort-a je C. A. R. Hoare, 1962. godine.

## QuickSort — funkcija swap

```
#include <stdio.h>
```

```
/* Sortiranje niza QuickSort algoritmom.  
   x[l] je ključni element - dovodimo  
   ga na pravo mjesto u polju. */
```

```
void swap(int *a, int *b)  
{  
    int temp;  
    temp = *a;  
    *a = *b;  
    *b = temp;  
    return;  
}
```

## QuickSort — funkcija quick\_sort

```
void quick_sort(int x[], int l, int d)
{
    int i, j;

    if (l < d) {
        i = l + 1;
        j = d;
        /* Prolaz mora i za i == j */
        while (i <= j) {
            while (i <= d && x[i] <= x[l]) ++i;
            while (x[j] > x[l]) --j;
            if (i < j) swap(&x[i], &x[j]);
        }
    }
}
```

## QuickSort — funkcija quick\_sort (nastavak)

```
        if (l < j) swap(&x[j], &x[l]);  
        quick_sort(x, l, j - 1);  
        quick_sort(x, j + 1, d);  
    }  
  
    return;  
}
```

---

## QuickSort — glavni program

```
int main(void) {
    int i, n;
    int x[] = {42, 12, 55, 94, 18, 44, 67};

    n = 7;
    quick_sort(x, 0, n - 1);

    printf("\n sortirano polje x\n");
    for (i = 0; i < n; ++i) {
        printf(" x[%d] = %d\n", i, x[i]);
    }
    return 0;
}
```



# Sortiranje i pretraživanje u standardnoj biblioteci

U standardnoj C biblioteci — datoteka zaglavlja `<stdlib.h>`, postoje i sljedeće dvije funkcije:

- 🔴 `qsort` — QuickSort algoritam za općenito sortiranje niza podataka,
- 🔴 `bsearch` — Binarno traženje zadanog podatka u (sortiranom) nizu.

U ovim funkcijama možemo sami zadati

- 🔴 funkciju za uspoređivanje podataka u nizu.

O njima će biti više riječi na zadnjem predavanju, kad naučimo još neke potrebne stvari o pokazivačima. Na primjer,

- 🔴 kako se jedna funkcija šalje drugoj funkciji kao argument.

## Funkcije `qsort` i `bsearch`

Prototip funkcije `qsort` za **sortiranje** niza:

```
void qsort(void *base, size_t n, size_t size,  
           int (*comp) (const void *, const void *));
```

Prototip funkcije `bsearch` za **binarno traženje** zadanog podatka u **sortiranom** nizu:

```
void *bsearch(const void *key, const void *base,  
              size_t n, size_t size,  
              int (*comp) (const void *, const void *));
```

Vraća **pokazivač** na **nađeni** podatak (ako ga ima), ili `NULL`.

Zadnji argument u obje funkcije je **pokazivač** na **funkciju** za **uspoređivanje** članova niza.