Tri vrča vode

Imamo 3 vrča (različite veličine = zapremine).
U prvi vrč stane 15 l vode
u drugi 7 l —"—
i u treći 3 l —"—.

Na početku su sva tri vrča do vrha puna vodom.

- Vrčevi nemaju nikakvu oznaku za mjeru razine (odn. količine) vode.
- Vodu iz vrča možemo:
  - izliti u odvod (koliko je trenutno ima)
  - potpuno ili djelomično preliti u neki drugi vrč
    (ima smisla samo ako drugi vrč NIJE pun!)
- Zadatak: izmjeriti točno 2 l vode.

— · —

Formulacija problema pretraživanja:

Stanje mora pamtiti količinu vode u sva 3 vrča, tj.

x = količina vode u vrču od 15 l
y = —————— " —————— 7 l
z = —————— " —————— 3 l

a stanje s je trojka

$$s = (x, y, z).$$

Početno stanje:

$$s_0 = (15, 7, 3)$$

→ Završno ili ciljno stanje – ispitni predikat goal

$$goal(s) = T \iff (x=2) \text{ ili } (y=2) \text{ ili } (z=2)$$

Svejedno je u kojem vrču smo dobili/izmjerili 2l.

– Još treba precizno definirati funkciju sljedbenika succ za svako stanje $s = (x, y, z)$, ovisno o dozvoljenim akcijama.

Ključna stvar = vrčevi NEMAJU nikakve oznake!

$$\Downarrow$$

– Ako ga praznimo u odvod, moramo ga skroz izliti, inače nemamo pojma koliko je ostalo.
Tj. mora ostati $\emptyset$ l (vrč je prazan).

Dakle, sljedbenici od "isprazni nekog u odvod" su

$$\boxed{(\emptyset, y, z) \quad (x, \emptyset, z) \quad (x, y, \emptyset).}$$

– Ako jedan vrč prelijevamo u drugi, onda imamo samo dvije mogućnosti:
(drugi vrč sigurno nije pun do vrha!)

Stvar ovisi o količini a vode u prvom vrču i slobodnom prostoru b u drugom (kapacitet – trenutno)

– Ako je $a < b \Rightarrow$ prelijemo SVE ($=a$) iz prvog u drugi. U prvom ostaje $\emptyset$.
U drugom ostaje $b-a$.

– Ako je $a > b \Rightarrow$ prelijemo TOČNO b iz prvog u drugi.
U prvom ostaje $a-b$, a drugi je pun (ostaje $\emptyset$).

– Može i $a=b$, ali nema puno smisla (prvi prazan, drugi pun!)

– <u>Bitno</u>: u protivnom, <u>NE znamo</u> koliko je vode u (barem) jednom vrču!

→ $a<b$ i prelijemo MANJE od a
$\Rightarrow$ ne znamo koliko je ostalo u prvom (>0) ni u drugom ($> b-a$)

→ $a>b$ i prelijemo MANJE od b
$\Rightarrow$ ne znamo koliko je ostalo u oba (prvi: $> a-b$, drugi: >0)

→ $a>b$ i prelijemo VIŠE od b (tj. nešto se prelije "sa strane" preko drugog vrča)
$\Rightarrow$ ne znamo koliko je ostalo u prvom (>0, ako nismo sve izlili → nema smisla!)

Put do "sažetog" zapisa ovih zaključaka:

– mjesto "b" treba pisati "kapacitet – trenutna količina".

– prelijevamo $\boxed{\min(a, b)}$ – izbjegavanje 2 slučaja $a<b$, $a>b$ (može $\leq$, $\geq$)

$a =$ količina u prvom (**IZ** kojeg lijevamo)
$b =$ kapacitet – količina u drugom (**U** kojeg lijevamo)

<u>Na primjer</u>, prelijevamo iz <u>prvog</u> u <u>drugi</u> (<u>tj. iz "x" u "y"</u>)
– polazno stanje je (x, y, z).
– kapacitet drugog vrča ("y") je 7.
– Količina vode koju prelijemo je

$$\min(x, 7-y)$$

– <u>Nakon</u> prelijevanja:

$$x \mapsto x - \min(x, 7-y) = x + y - \min(x+y, 7)$$
$$y \mapsto y + \min(x, 7-y) = \underbrace{\min(x+y, 7)}_{\text{kapaciteti se "vide"}}$$
$$z \mapsto z \quad \text{(ne mijenja se)}$$

– Za prelijevanje iz nekog vrča u neki drugi vrč, imamo

(1) iz "x" u "y": $(x-\min(x,7-y),\ y+\min(x,7-y),\ z)$
$= (x+y-\min(x+y,7),\ \min(x+y,7),\ z)$

(2) iz "x" u "z": $(x-\min(x,3-z),\ y,\ z+\min(x,3-z))$
$= (x+z-\min(x+z,3),\ y,\ \min(x+z,3))$

(3) iz "y" u "x": $(x+\min(y,15-x),\ y-\min(y,15-x),\ z)$
$= (\min(x+y,15),\ y+x-\min(x+y,15),\ z)$

(4) iz "y" u "z": $(x,\ y-\min(y,3-z),\ z+\min(y,3-z))$
$= (x,\ y+z-\min(y+z,3),\ \min(y+z,3))$

(5) iz "z" u "x": $(x+\min(z,15-x),\ y,\ z-\min(z,15-x))$
$= (\min(x+z,15),\ y,\ x+z-\min(x+z,15))$

(6) iz "z" u "y": $(x,\ y+\min(z,7-y),\ z-\min(z,7-y))$
$= (x,\ \min(y+z,7),\ y+z-\min(y+z,7))$

Rješenje: Valjda svi "vide"

$$15 = 7+3+3+2$$

ili

$$2 = 15-7-3-3$$

Dakle:
1. isprazni "z" u odvod $(15,7,0)$
2. isprazni "y" u odvod $(15,0,0)$
3. prelij iz "x" u "y" ($15-7=8$ u "x") $(8,7,0)$
4. prelij iz "x" u "z" ($8-3=5$ u "x") $(5,7,3)$
5. isprazni "z" u odvod $(5,7,0)$
6. prelij iz "x" u "z" ($5-3=2$ u "x") $\boxed{(2,7,3)}$

3V-5

Zadatak 1 Postoji li "kraće" rješenje?
(Ono "očito" ima 6 akcija)

Zadatak 2. Uz iste vrčeve i polazno stanje,
treba izmjeriti 1l vode.

Zadatak 3. Koje količine vode se mogu izmjeriti
za zadane vrčeve i polazno stanje (15,7,3)?