Umjetna inteligencija

2. Pretraživanje prostora stanja

prof. dr. sc. Bojana Dalbelo Bašić
doc. dr. sc. Jan Šnajder

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva

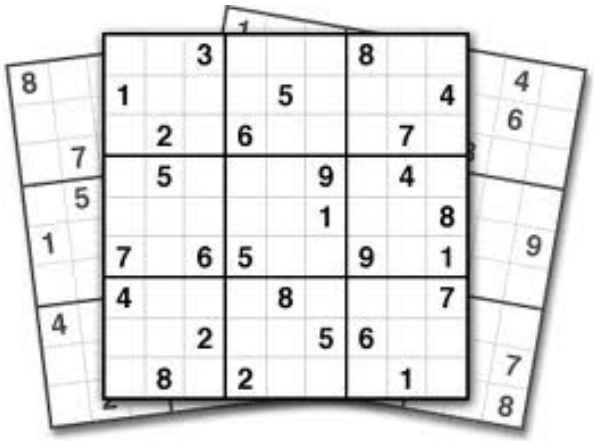
Ak. god. 2013./2014.

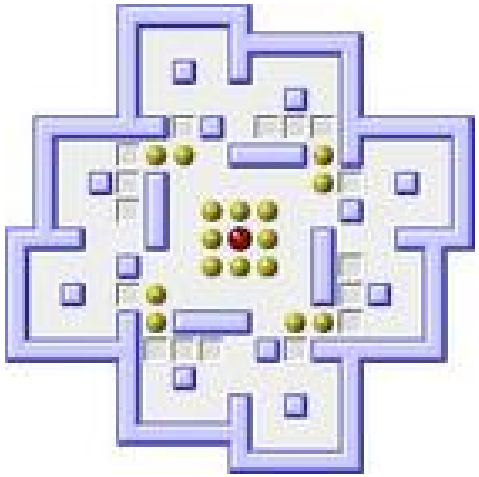
v3.2

Motivacija

- Mnogo se analitičkih problema može riješiti pretraživanjem prostora stanja
- Krenuvši od **početnog stanja** problema, pokušavamo pronaći **ciljno stanje**
- Slijed akcija koje nas vode do ciljnog stanja predstavljaju rješenje problema
- Problem predstavlja velik broj stanja te velik broj mogućih izbora
- Pretraživanje zato mora biti sustavno

Tipični problemi...





Formalan opis problema

- Neka je S skup stanja (prostor stanja)
- Problem se sastoji od početnog stanja, prijelaza između stanja i ciljnog (ciljnih) stanja

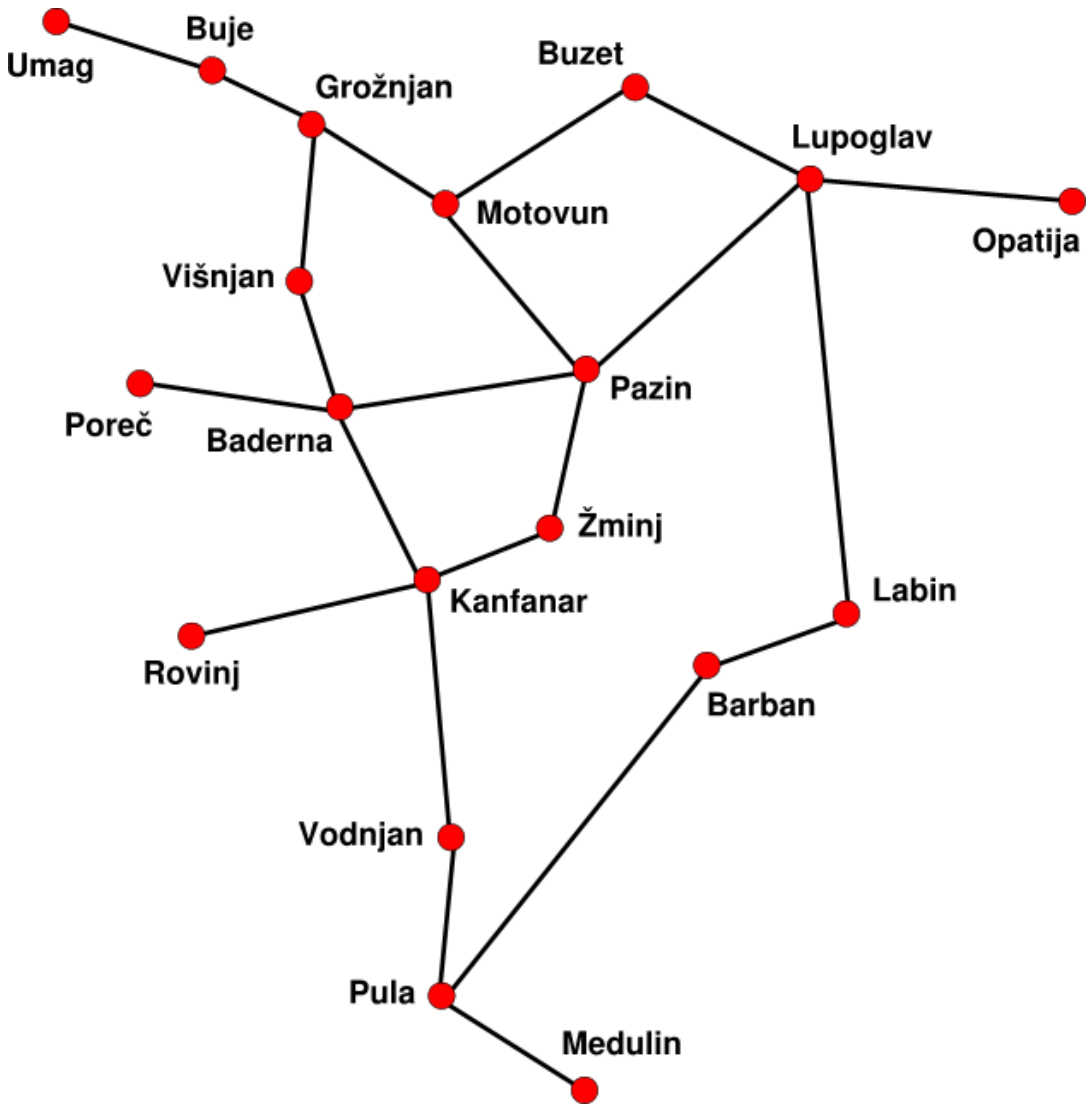
Problem pretraživanja

$problem = (s_0, \text{succ}, \text{goal})$

1. $s_0 \in S$ je **početno stanje**
2. $\text{succ} : S \to \wp(S)$ je **funkcija sljedbenika** koja definira prijelaze između stanja
3. $\text{goal} : S \to \{\top, \bot\}$ je **ispitni predikat** istinit samo za ciljna stanja

- Funkcija sljedbenika može se definirati implicitno pomoću skupa **operatora** (različitim operatorima prelazi se u različita stanja)

Primjer: Putovanje kroz Istru



Kako iz Pule do Buzeta?

$$problem = (s_0, \text{succ}, \text{goal})$$

$$s_0 = Pula$$

$$\text{succ}(Pula) = \{Barban, Medulin, Vodnjan\}$$

$$\text{succ}(Vodnjan) = \{Kanfanar, Pula\}$$

$$\vdots$$

$$\text{goal}(Buzet) = \top$$
$$\text{goal}(Motovun) = \bot$$
$$\text{goal}(Pula) = \bot$$

$$\vdots$$

Zašto Buzet?

Divovska fritada s tartufima

Primjer: Slagalica 3×3

početno stanje:

8		7
6	5	4
3	2	1

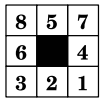
ciljno stanje:

1	2	3
4	5	6
7	8	

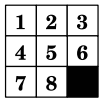
Koji potezi vode do rješenja?

$$problem = (s_0, \text{succ}, \text{goal})$$

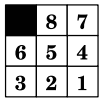
$s_0 =$ 

$\text{succ}($  $) = \left\{$  ,  ,  $\right\}$

$\vdots$

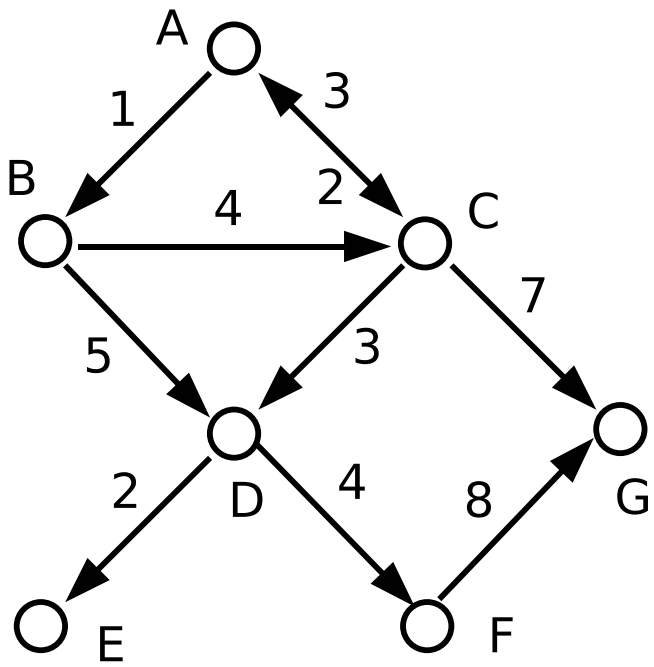
$\text{goal}($  $) = \top$

$\text{goal}($  $) = \bot$

$\text{goal}($  $) = \bot$

$\vdots$

Ideja pretraživanja



- Pretraživanje prostora stanja svodi se na pretraživanje **usmjerenog grafa** (digrafa)
- Vrhovi grafa = stanja
  lukovi = prijelazi između stanja
- Graf može biti zadan eksplicitno ili implicitno
- Graf može imati cikluse
- Ako definiramo cijene prijelaza, onda je to **usmjeren težinski graf** (težinski digraf)

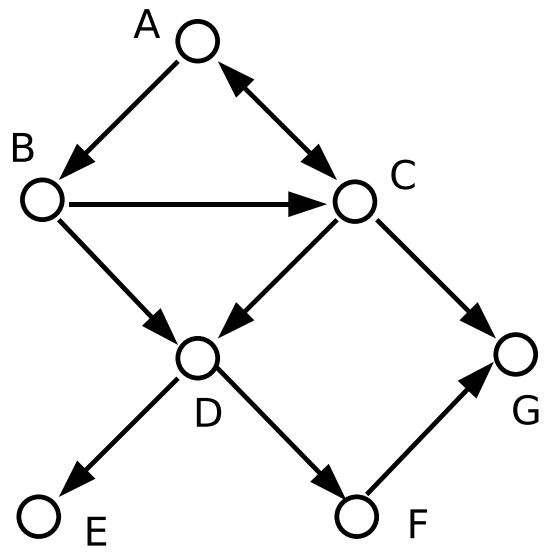
Stablo pretraživanja

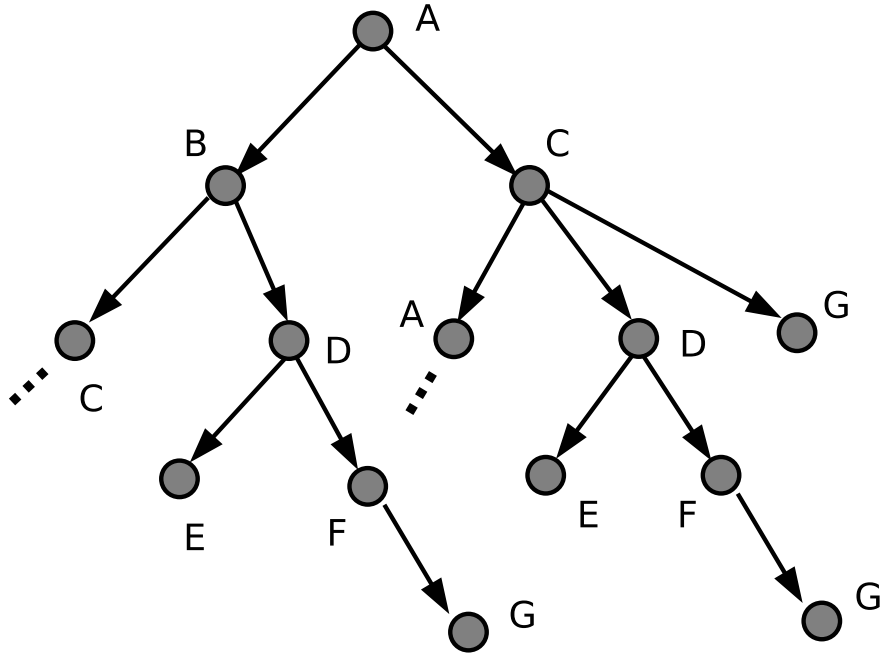
- Pretraživanjem usmjerenog grafa postepeno gradimo **stablo pretraživanja**
- Stablo gradimo tako da pojedine čvorove **proširujemo**: pomoću funkcije sljedbenika (odnosno operatora) generiramo sve sljedbenike nekog čvora
- **Otvoreni čvorovi** ili **fronta**: čvorovi koji su generirani, ali još nisu prošireni
- **Zatvoreni čvorovi**: čvorovi koji su već prošireni

Strategija pretraživanja

Redoslijed kojim proširujemo čvorove određuje **strategiju pretraživanja**. Različiti redoslijedi daju različite strategije.

Prostor stanja vs. stablo pretraživanja





- Stablo pretraživanja **nastaje** pretraživanjem prostora stanja
- Stablo pretraživanja može biti beskonačno čak i onda kada je prostor stanja konačan
  NB: prostor stanja ima cikluse $\Rightarrow$ stablo pretraživanja je beskonačno

Stanje vs. čvor

- Čvor n je podatkovna struktura koja sačinjava stablo pretraživanja
- **Čvor pohranjuje stanje**, ali i još neke dodatne podatke:

Podatkovna struktura čvora

$n = (s, d)$

s – stanje

d – dubina čvora u stablu

$$\text{state}(n) = s, \ \text{depth}(n) = d$$

$$\text{initial}(s) = (s, 0)$$

Opći algoritam pretraživanja

Opći algoritam pretraživanja

function search$(s_0, \text{succ}, \text{goal})$
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if $\text{goal}(\text{state}(n))$ **then return** n
    for $m \in \text{expand}(n, \text{succ})$ **do**
      $\text{insert}(m, open)$
  return *fail*

- $\text{removeHead}(l)$ – skida prvi element neprazne liste l
- $\text{expand}(n, \text{succ})$ – proširuje čvor n uporabom funkcije sljedbenika succ
- $\text{insert}(n, l)$ – umeće čvor n u listu l

Q: Je li ovaj algoritam deterministič̆an?

Proširivanje čvora

- Proširivanje čvora treba ažurirati sve komponente čvora:

Proširivanje čvora

function $\mathrm{expand}(n, \mathrm{succ})$
  return $\{\ (s, \mathrm{depth}(n)+1) \mid s \in \mathrm{succ}(\mathrm{state}(n))\ \}$

- Funkcija će biti složenija kada u čvor budemo pohranjivali dodatne podatke (npr. pokazivač na roditeljski čvor)

Usporedba problema i algoritama

Karakteristike problema:

- $|S|$ – **broj stanja**
- b – **faktor grananja** stabla pretraživanja
- d – **dubina optimalnog rješenja** u stablu pretraživanja
- m – **maksimalna dubina** stabla pretraživanja (moguće ∞)

Svojstva algoritama:

1. **Potpunost** (engl. *completeness*) – algoritam je potpun akko pronalazi rješenje uvijek kada ono postoji
2. **Optimalnost** (engl. *optimality, admissibility*) – algoritam je optimalan akko pronalazi optimalno rješenje (ono s najmanjom cijenom)
3. **Vremenska složenost** (broj generiranih čvorova)
4. **Prostorna složenost** (broj pohranjenih čvorova)

Strategije pretraživanja

Dvije osnovne vrste strategija pretraživanja:

- **Slijepo pretraživanje** (engl. *blind, uninformed search*)
- **Usmjereno pretraživanje** (engl. *directed, informed, heuristic search*)

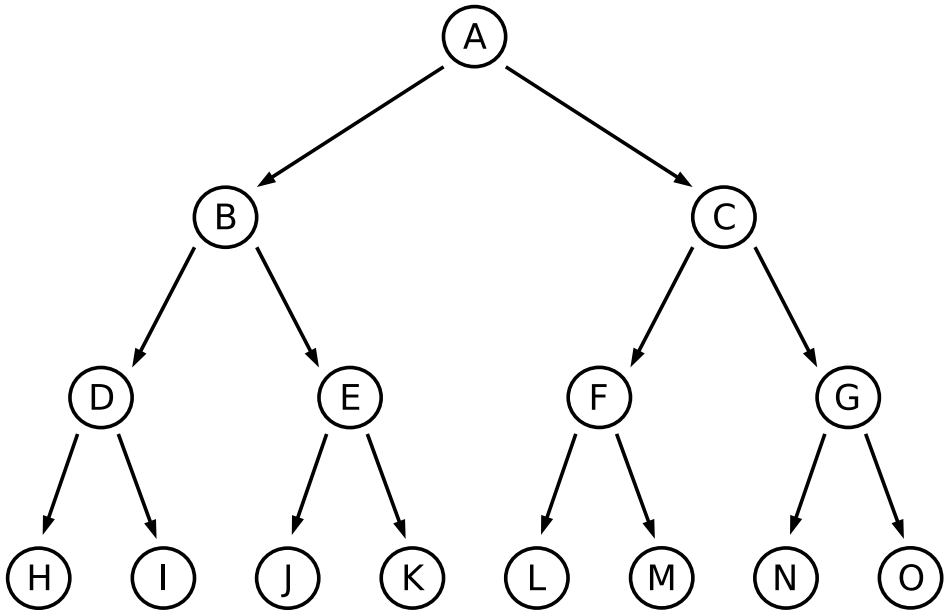
Danas govorimo samo o slijepom pretraživanju.

Slijepo pretraživanje

1. Pretraživanje u širinu (engl. *breadth-first search*, BFS)
2. Pretraživanje s jednolikom cijenom (engl. *uniform-cost search*)
3. Pretraživanje u dubinu (engl. *depth-first search*, DFS)
4. Ograničeno pretraživanje u dubinu
5. Iterativno pretraživanje u dubinu
6. Dvosmjerno pretraživanje

Pretraživanje u širinu

- Jednostavna slijepa strategija pretraživanja
- Nakon proširenja korijenskog čvora, proširuju se sva njegova djeca, zatim sva njihova djeca, itd.
- Općenito, čvorovi na dubini d proširuju se tek nakon što se prošire svi čvorovi na razini $d-1$, tj. pretražujemo **razinu po razinu**



A, B, C, D, E, F, G, H, ...

Pretraživanje u širinu – izvedba

- Ovakvu strategiju ostvarit ćemo ako generirane čvorove uvijek **dodajemo na kraj** liste otvorenih čvorova

Pretraživanje u širinu

function breadthFirstSearch(s_0, succ, goal)
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if goal(state(n)) **then return** n
    for $m \in \text{expand}(n, \text{succ})$ **do**
      insertBack(m, $open$)
  return *fail*

- Lista otvorenih čvorova zapravo je **red** (engl. *queue*)

Pretraživanje u širinu – primjer izvođenja

0. $open = [\,(Pula, 0)\,]$
1. $\text{expand}(Pula, 0) = \{(Vodnjan, 1), (Barban, 1), (Medulin, 1)\}$
   $open = [\,(Vodnjan, 1), (Barban, 1), (Medulin, 1)\,]$
2. $\text{expand}(Vodnjan, 1) = \{(Kanfanar, 2), (Pula, 2)\}$
   $open = [\,(Barban, 1), (Medulin, 1), (Kanfanar, 2), (Pula, 2)\,]$
3. $\text{expand}(Barban, 1) = \{(Labin, 2), (Pula, 2)\}$
   $open = [\,(Medulin, 1), (Kanfanar, 2), (Pula, 2), (Labin, 2), (Pula, 2)\,]$
4. $\text{expand}(Medulin, 1) = \{(Pula, 2)\}$
   $open = [\,(Kanfanar, 2), (Pula, 2), (Labin, 2), (Pula, 2), (Pula, 2)\,]$
5. $\text{expand}(Kanfanar, 2) =$
   $\{(Baderna, 3), (Rovinj, 3), (Vodnjan, 3)(Zminj, 3)\}$
   $open = [\,(Pula, 2), (Labin, 2), (Pula, 2), (Pula, 2), (Baderna, 3), \ldots$
   $\vdots$

Pretraživanje u širinu – svojstva

- Pretraživanje u širinu je **potpuno** i **optimalno**
- U svakom koraku proširuje se najplići čvor, pa je strategija optimalna (uz pretpostavku da je cijena prijelaza konstantna)
- **Vremenska složenost:**
  $1 + b + b^2 + b^3 + \cdots + b^d + (b^{d+1} - b) = \mathcal{O}(b^{d+1})$
  (na zadnjoj razini generiraju se sljedbenici svih čvorova osim ciljnog)
- **Prostorna složenost:** $\mathcal{O}(b^{d+1})$
- Eksponencijalna složenost (pogotovo prostorna) glavni je nedostatak pretraživanja u širinu
- Npr. $b = 4, d = 16, 10\,B/\text{čvor} \rightarrow 43\,GB$
- Primjenjivo samo na male probleme

Podsjetnik: Asimptotska složenost algoritma

- Asimptotska složenost funkcije: ponašanje funkcije $f(n)$ kada $n \to \infty$ izražena pomoću jednostavnijih funkcija

Notacija "Veliko-O"

$$\mathcal{O}(g(n)) = \{f(n) \mid \exists c, n_0 \geq 0 \text{ takvi da } \forall n \geq n_0.\ 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$

- Konvencija: umjesto $f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$ pišemo $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$
- Gornja ograda složenosti (složenost u najgorem slučaju)
- Donja ograda nije definirana, pa npr. $n = \mathcal{O}(n), n = \mathcal{O}(n^2), \ldots$ (u principu nas zanima ona najmanja ograda)
- $\Theta(g(n))$ definira i gornju i donju ogradu (engl. *tight bounds*)

Cijene prijelaza

- Ako operacije (prijelazi između stanja) nisu jednake cijene, funkciju sljedećeg stanja modificiramo tako da ona za svakog sljedbenika vraća i cijenu prijelaza:

$$\text{succ} : S \to \wp(S \times \mathbb{R}^+)$$

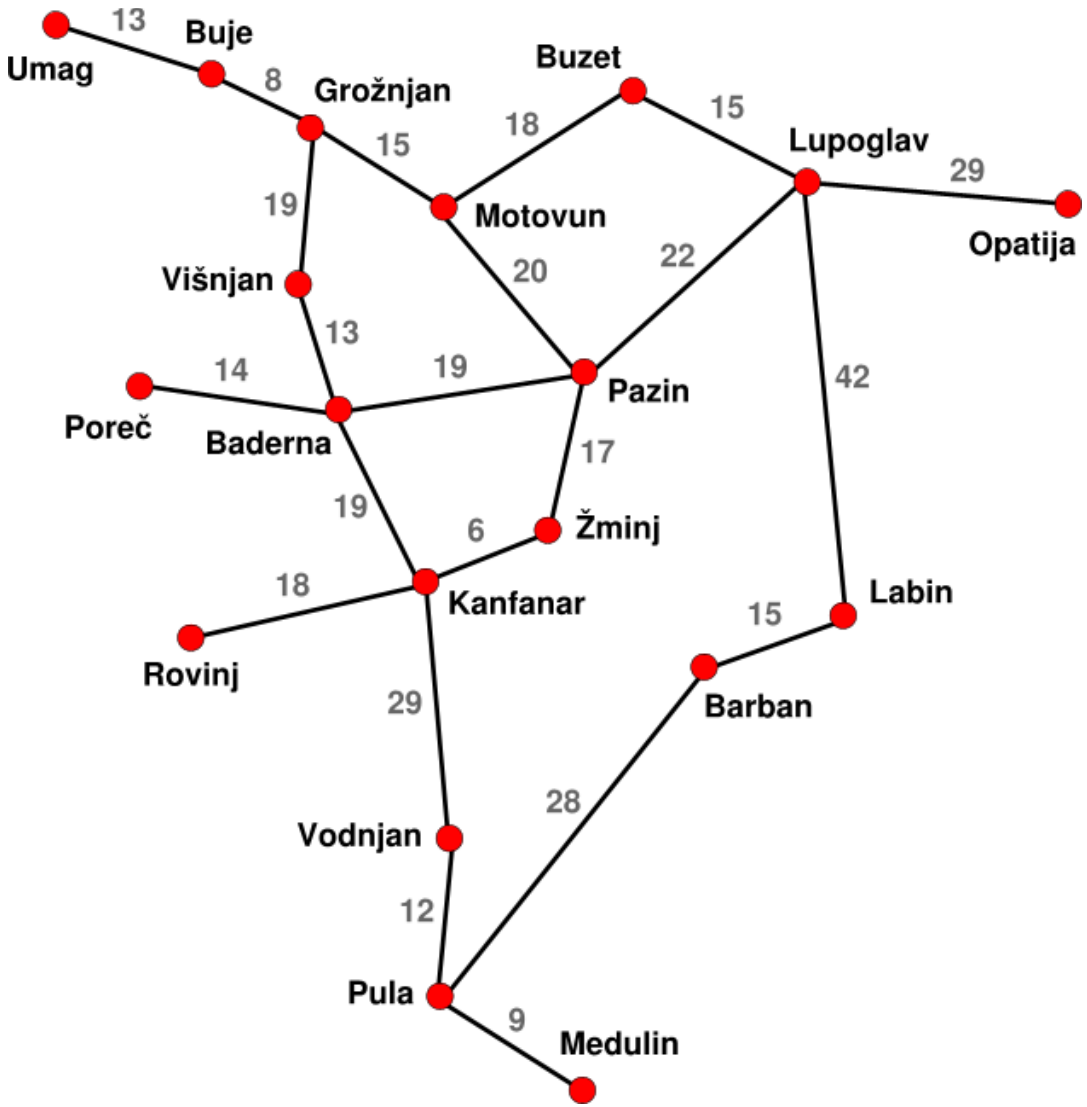
- U čvoru više ne pohranjujemo dubinu nego **ukupnu cijenu puta** do tog čvora:

$$n = (s, c), \quad g(n) = c$$

- Funkciju proširenja čvora moramo također modificirati tako da ažurira cijenu puta do čvora:

function $\text{expand}(n, \text{succ})$
  return $\{ (s, g(n) + c) \mid (s, c) \in \text{succ}(\text{state}(n)) \}$

Primjer: Putovanje kroz Istru



Kako iz Pule do Buzeta?

$$problem = (s_0, \text{succ}, \text{goal})$$

$s_0 = Pula$

$\text{succ}(Pula) =$
$\{(Barban, \mathbf{28}), (Medulin, \mathbf{9}),$
$(Vodnjan, \mathbf{12})\}$

$\text{succ}(Vodnjan) =$
$\{(Kanfanar, \mathbf{29}), (Pula, \mathbf{12})\}$

$\vdots$

$\text{goal}(Buzet) = \top$
$\text{goal}(Motovun) = \bot$
$\text{goal}(Pula) = \bot$

$\vdots$

Pretraživanje s jednolikom cijenom

- Kao i pretraživanje u širinu, no u obzir uzimamo cijenu prijelaza

Pretraživanje s jednolikom cijenom

function uniformCostSearch$(s_0, \text{succ}, \text{goal})$
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if $\text{goal}(\text{state}(n))$ **then return** n
    for $m \in \text{expand}(n, \text{succ})$ **do**
      $\text{insertSortedBy}(g, m, open)$
  return *fail*

- $\text{insertSortedBy}(f, n, l)$ – umeće čvor n u listu l sortiranu uzlazno prema vrijednosti $f(n)$
- Lista *open* funkcionira kao **prioritetni red**

Pretraživanje s jednolikom cijenom – primjer izvođenja

0. $open = [\,(Pula, 0)\,]$
1. $\text{expand}(Pula, 0) = \{(Vodnjan, 12), (Barban, 28), (Medulin, 9)\}$
   $open = [\,(Medulin, 9), (Vodnjan, 12), (Barban, 28)\,]$
2. $\text{expand}(Medulin, 9) = \{(Pula, 18)\}$
   $open = [\,(Vodnjan, 12), (Pula, 18), (Barban, 28)\,]$
3. $\text{expand}(Vodnjan, 12) = \{(Kanfanar, 41), (Pula, 24)\}$
   $open = [\,(Pula, 18), (Pula, 24), (Barban, 28), (Kanfanar, 41)\,]$
4. $\text{expand}(Pula, 18) = \{(Vodnjan, 30), (Barban, 46), (Medulin, 27)\}$
   $open = [\,(Pula, 24), (Medulin, 27), (Barban, 28), (Vodnjan, 30), \ldots$
   $\vdots$

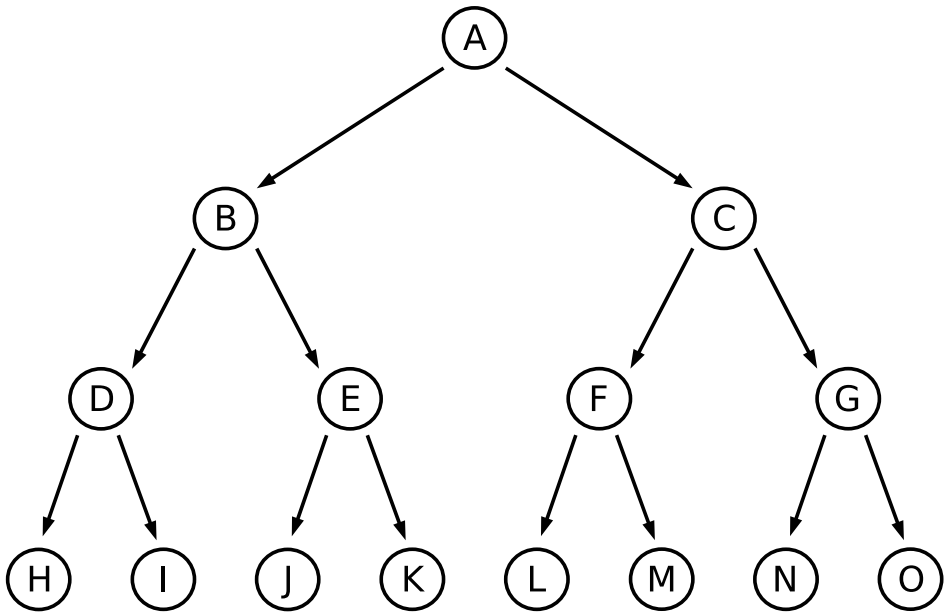
Q: Hoće li ovaj algoritam pronaći rješenje (Buzet)?
Q: Hoće li pronaći najkraći put do Buzeta?

Pretraživanje s jednolikom cijenom – svojstva

- Algoritam je **potpun** i **optimalan**
- Ako je C^* optimalna cijena do cilja, a ε minimalna cijena prijelaza, dubina stabla do ciljnog čvora je $d = \lfloor C^*/\varepsilon \rfloor$
- Vremenska i prostorna složenost: $\mathcal{O}(b^{1+\lfloor C^*/\varepsilon \rfloor})$

Pretraživanje u dubinu

- Pretraživanje u dubinu uvijek prvo proširuje najdublji čvor u stablu pretraživanja
- Postupak se vraća na pliće razine tek kada dosegne listove (stanja koja nemaju sljedbenika)



A, B, D, H, I, E, J, K, C, . . .

Pretraživanje u dubinu – izvedba

- Strategiju pretraživanja u dubinu ostvarit ćemo ako generirane čvorove **dodajemo na početak** liste $open$

Pretraživanje u dubinu

function depthFirstSearch(s_0, succ, goal)
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if goal(state(n)) **then return** n
    for $m \in \text{expand}(n, \text{succ})$ **do**
      insertFront(m, $open$)
  return *fail*

- Lista otvorenih čvorova zapravo je **stog**

Pretraživanje u dubinu – primjer izvođenja

0. $open = [\,(Pula, 0)\,]$
1. $\text{expand}(Pula, 0) = \{(Vodnjan, 1), (Barban, 1), (Medulin, 1)\}$
   $open = [\,(Vodnjan, 1), (Barban, 1), (Medulin, 1)\,]$
2. $\text{expand}(Vodnjan, 1) = \{(Kanfanar, 2), (Pula, 2)\}$
   $open = [\,(Kanfanar, 2), (Pula, 2), (Barban, 1), (Medulin, 1)\,]$
3. $\text{expand}(Kanfanar, 2) =$
   $\{(Baderna, 3), (Rovinj, 3), (Vodnjan, 3), (Zminj, 3)\}$
   $open = [\,(Baderna, 3), (Rovinj, 3), (Vodnjan, 3), (Zminj, 3), (Pula, 2), \ldots$
4. $\text{expand}(Baderna, 3) = \{(Porec, 4), (Visnjan, 4), (Pazin, 4), (Kanfanar, 4)\}$
   $open =$
   $[\,(Porec, 4), (Visnjan, 4), (Pazin, 4), (Kanfanar, 4), (Baderna, 3), \ldots$
   $\vdots$

Q: Je li ovo jedini mogući tijek izvođenja?

Pretraživanje u dubinu – svojstva

- Pretraživanje u dubinu manje je memorijski zahtjevno
- **Prostorna složenost:** $\mathcal{O}(bm)$, gdje je m maksimalna dubina stabla
- **Vremenska složenost:** $\mathcal{O}(b^m)$
  (nepovoljno, ako $m \gg d$)
- **Potpunost**: ne, jer može zaglaviti u beskonačnoj petlji
- **Optimalnost**: ne, jer ne pretražuje razinu po razinu
- Pretraživanje u dubinu treba izbjegavati kod stabla pretraživanja čija je maksimalna dubina velika ili beskonačna

Pretraživanje u dubinu – rekurzivna izvedba

- Listu $open$ možemo izbjeći:

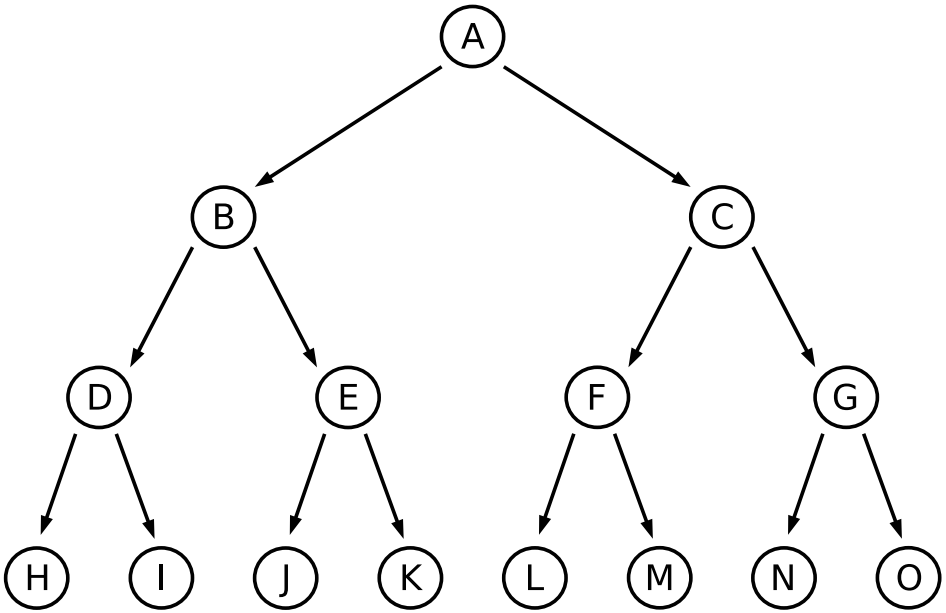
Pretraživanje u dubinu (rekurzivna izvedba)

function depthFirstSearch$(s, \text{succ}, \text{goal})$
  if $\text{goal}(s)$ **then return** s
  for $m \in \text{succ}(s)$ **do**
    $r \leftarrow \text{depthFirstSearch}(m, \text{succ}, \text{goal})$
    if $r \neq fail$ **then return** r
  return $fail$

- Umjesto eksplicitne liste $open$ koristi se sistemski stog
- Prostorna složenost je $\mathcal{O}(m)$

Ograničeno pretraživanje u dubinu

- Pretražuje u dubinu, ali ne dublje od zadane granice



$k = 0$: A
$k = 1$: A, B, C
$k = 2$: A, B, D, E, C, F, G

Ograničeno pretraživanje u dubinu – izvedba

- Čvor proširujemo samo ako se u stablu pretraživanja nalazi iznad dubinskog ograničenja k:

Ograničeno pretraživanje u dubinu

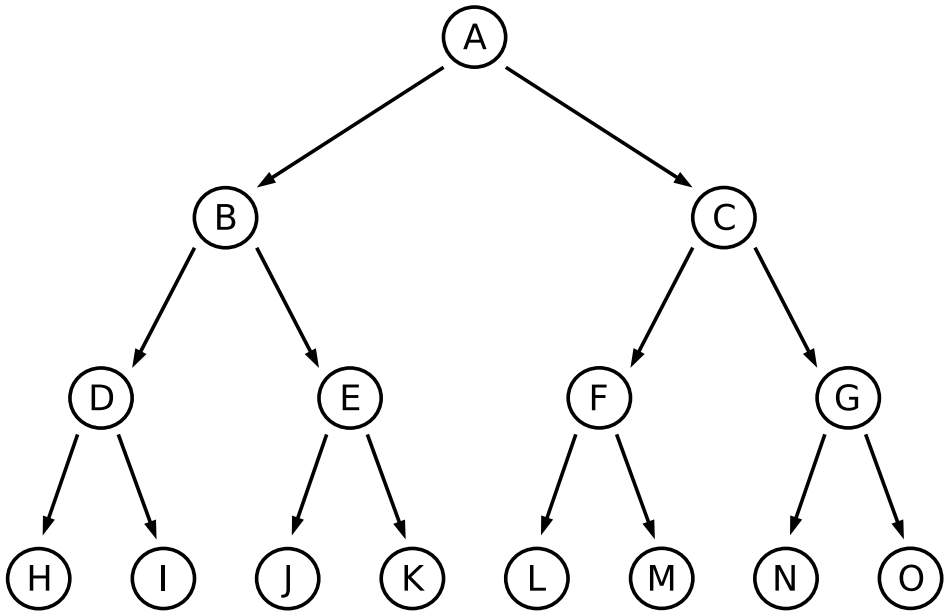
function depthLimitedSearch(s_0, succ, goal, k)
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if goal(state(n)) **then return** s
    if depth(n) $< k$ **then**
      for $m \in \text{expand}(n, \text{succ})$ **do**
        insertFront(m, $open$)
  return *fail*

Ograničeno pretraživanje u dubinu – svojstva

- **Prostorna složenost:** $\mathcal{O}(bk)$, gdje je k dubinska granica
- **Vremenska složenost:** $\mathcal{O}(b^k)$
- **Potpunost**: da, ali samo ako $d \leq k$
- **Optimalnost**: ne, jer ne pretražuje razinu po razinu
- Algoritam je uporabiv ako znamo dubinu rješenja d (možemo postaviti $k = |S|$)

Iterativno pretraživanje u dubinu

- Izbjegava problem izbora optimalne dubinske granice isprobavajući sve moguće vrijednosti krenuvši od dubine 0
- Kombinira prednosti pretraživanja u dubinu i pretraživanja u širinu



A, A, B, C, A, B, D, E, C, F,
G, A, B, D, H, ...

Iterativno pretraživanje u dubinu – izvedba

Iterativno pretraživanje u dubinu

function iterativeDeepeningSearch(s_0, succ, goal)
  for $k \leftarrow 0$ **to** ∞ **do**
    $result \leftarrow$ depthLimitedSearch(s_0, succ, goal, k)
    if $result \neq fail$ **then return** $result$
  return $fail$

Iterativno pretraživanje u dubinu – svojstva

- Strategija se na prvi pogled čini neučinkovitom: više puta proširujemo iste čvorove
- U većini slučajeva to ne predstavlja problem: većina čvorova stabla nalazi se na dubljim razinama, pa ponavljanje proširivanja preostalih čvorova na višim razinama nije problematično
- **Vremenska složenost:** $\mathcal{O}(b^d)$
- **Prostorna složenost:** $\mathcal{O}(bd)$
- **Potpunost:** da, jer koristi dubinsko ograničenje i povećava ga
- **Optimalnost:** da, jer pretražuje razinu po razinu
- Iterativno pretraživanje u dubinu preporučena je strategija za probleme s velikim prostorom stanja i nepoznatom dubinom rješenja

Iterativno pretraživanje u dubinu – složenost

- Broj generiranih čvorova kod pretraživanja u širinu je

$$1 + b + b^2 + \cdots + b^{d-2} + b^{d-1} + b^d + (b^{d+1} - b)$$

  pa je asimptotska vremenska složenost $\mathcal{O}(b^{d+1})$
- Broj proširenih čvorova kod iterativnog pretraživanja je

$$(d+1)1 + db + (d-1)b^2 + \cdots + 3b^{d-2} + 2b^{d-1} + 1b^d$$

  pa je asimptotska vremenska složenost $\mathcal{O}(b^d)$
- Razlika je to manja što je veći faktor grananja
- Npr. za $b = 2$ to je 100% više čvorova
  za $b = 3$ to je 50% više čvorova
  za $b = 10$ to je 11% više čvorova

Dvosmjerno pretraživanje

- Istovremeno se pretražuje od početnog stanja prema ciljnom stanju i od ciljnog stanja prema početnom stanju
- Pretraživanje se zaustavlja najkasnije onda kada se dvije fronte susretnu na polovici puta
- Npr. ako se u oba smjera koristi pretraživanje u širinu, onda su prostorna i vremenska složenost $\mathcal{O}(2b^{d/2}) = \mathcal{O}(b^{d/2})$
  Značajna ušteda!
- Nedostatak: postupak je primjenjiv samo ako problem (1) ima malen broj eksplicitno definiranih ciljnih stanja i (2) svi operatori imaju inverze

Usporedba algoritama slijepog pretraživanja

Algoritam	Vrijeme	Prostor	Potpunost	Opt.
U širinu	$\mathcal{O}(b^{d+1})$	$\mathcal{O}(b^{d+1})$	Da	Da
Jednol. cijena	$\mathcal{O}(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$\mathcal{O}(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	Da	Da
U dubinu	$\mathcal{O}(b^m)$	$\mathcal{O}(bm)$	Ne	Ne
Ogr. u dubinu	$\mathcal{O}(b^k)$	$\mathcal{O}(bk)$	Da, ako $d \leq k$	Ne
Iter. u dubinu	$\mathcal{O}(b^d)$	$\mathcal{O}(bd)$	Da	Da
Dvosmjerno	$\mathcal{O}(b^{d/2})$	$\mathcal{O}(b^{d/2})$	Da	Da

b – faktor grananja, d – dubina optimalnog rješenja,
m – maksimalna dubina stabla ($m \geq d$), k – dubinsko ograničenje

- Svi su algoritmi **eksponencijalne vremenske složenosti**!
- Pretraživanje u dubinu (i njegove varijante) bolje su prostorne složenosti od pretraživanja u širinu

Rekonstrukcija rješenja

- U strukturi čvora moramo pamtiti i pokazivač na roditeljski čvor:

$$n = (s, d, p), \ \text{parent}(n) = p$$

function $\text{expand}(n, \text{succ})$
  return $\{ (s, \text{depth}(n) + 1, n) \mid s \in \text{succ}(\text{state}(n)) \}$

- Krećemo od ciljnog čvora i pratimo pokazivače unazad:

Rekonstrukcija puta do čvora

function $\text{path}(n)$
  $p \leftarrow \text{parent}(n)$
  if $p = null$ **then return** $[\text{state}(n)]$
  return $\text{insertBack}(\text{state}(n), \text{path}(p))$

- Vremenska složenost je $\mathcal{O}(d)$
- **NB:** Zatvorene čvorove očito moramo **čuvati u memoriji**!

Problem ponavljanja stanja (1)

- **Rješenje 1:** spriječiti povratak u stanje iz kojeg smo došli

Opći algoritam pretraživanja (nadopuna)

function search$(s_0, \text{succ}, \text{goal})$
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if $\text{goal}(\text{state}(n))$ **then return** n
    for $m \in \text{expand}(n)$ **do**
      if $\text{state}(m) \neq \text{state}(\text{parent}(n))$ **then** $\text{insert}(m, open)$
  return *fail*

- **Q:** Rješava li ovo problem ciklusa?
  A: Ne općenito! (samo cikluse duljine 2, tzv. transpozicije)

Problem ponavljanja stanja (2)

- **Rješenje 2:** spriječiti nastanak puteva s ciklusima

Opći algoritam pretraživanja (nadopuna)

function search$(s_0, \text{succ}, \text{goal})$
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if $\text{goal}(\text{state}(n))$ **then return** n
    for $m \in \text{expand}(n)$ **do**
      if $\text{state}(m) \notin \text{path}(n)$ **then** $\text{insert}(m, open)$
  return *fail*

- Sprječava cikluse (osigurava potpunost algoritma)
- Ne sprječava ponavljanje na različitim putevima u stablu pretraživanja
- Povećava vremensku složenost za faktor $\mathcal{O}(d)$

Problem ponavljanja stanja (3)

- **Rješenje 3:** spriječiti ponavljanje bilo kojeg stanja

Opći algoritam pretraživanja s listom posjećenih stanja

function search$(s_0, \text{succ}, \text{goal})$
  $open \leftarrow [\,\text{initial}(s_0)\,]$
  $visited \leftarrow \varnothing$
  while $open \neq [\,]$ **do**
    $n \leftarrow \text{removeHead}(open)$
    if $\text{goal}(\text{state}(n))$ **then return** n
    $visited \leftarrow visited \cup \{\,\text{state}(n)\,\}$
    for $m \in \text{expand}(n)$ **do**
      if $\text{state}(m) \notin visited$ **then** $\text{insert}(m, open)$
  return *fail*

- **NB:** Lista (skup) posjećenih stanja pohranjuje stanja, a ne čvorove

Problem ponavljanja stanja – komentari

- Korištenje liste posjećenih stanja osigurava potpunost algoritma (sprječava da zaglavi u beskonačnoj petlji)
- Osim toga, može **smanjiti prostornu i vremensku složenost**: Budući da se stanja ne ponavljaju, umjesto složenosti $\mathcal{O}(b^{d+1})$ imamo $\mathcal{O}(\min(b^{d+1}, b|S|))$, gdje je $|S|$ veličina prostora stanja (u praksi je često $b|S| < b^d$)
- Lista posjećenih stanja uobičajeno se implementira tablicom raspršenog adresiranja (engl. *hash table*) (omogućava provjeru "$\text{state}(m) \notin \text{visited}$" u vremenu $\mathcal{O}(1)$)

Primjer: Problem misionara i kanibala (1)

Problem misionara i kanibala

Tri misionara i tri kanibala potrebno je jednim čamcem prevesti s jedne strane obale rijeke na drugu, pri čemu se niti u jednom trenutku na jednoj strani obale ne smije naći više kanibala nego misionara. Čamac može prevesti najviše dvije osobe i ne može ploviti prazan. Tražimo rješenje s **najmanjim brojem koraka**.

- Koji algoritam pretraživanja upotrijebiti?
- Kako prikazati problem?

Primjer: Problem misionara i kanibala (2)

$problem = (s_0, \text{succ}, \text{goal})$

1. $s_0 = (3, 3, L)$
   - broj misionara na lijevoj obali, $\{0, 1, 2, 3\}$
   - broj kanibala na lijevoj obali, $\{0, 1, 2, 3\}$
   - pozicija čamca, $\{L, R\}$
2. $\text{succ}(m, c, b) = \{s \mid s \in Succs, \text{safe}(s)\}$

   $Moves = \{(1, 1), (2, 0), (0, 2), (1, 0), (0, 1)\}$

   $Succs = \{f(\Delta m, \Delta c) \mid (\Delta m, \Delta c) \in Moves\}$

   $$f(\Delta m, \Delta c) = \begin{cases} (m - \Delta m, c - \Delta c, R) & \text{ako } b = L \\ (m + \Delta m, c + \Delta c, L) & \text{inače} \end{cases}$$

   $\text{safe}(m, c, b) = (m = 0) \vee (m = 3) \vee (m = c)$
3. $$\text{goal}(m, c, b) = \begin{cases} \top & \text{ako } (m = c = 0) \wedge (b = R) \\ \bot & \text{inače} \end{cases}$$

Primjer: Problem misionara i kanibala (3)

- Jesmo li opisali sve što je bitno za problem?
- Jesmo li apstrahirali sve što je nebitno za problem?
- Generiramo li sve moguće poteze?
- Jesu li potezi koje generiramo legalni?
- Generiramo li neželjena stanja?
- Bi li bilo pametnije provjeru ispravnosti stanja ugraditi u ispitni predikat goal?
- Trebamo li paziti na ponavljanje stanja?
- Kakve su karakteristike problema?
  - $|S| = ?$
  - $b = ?$
  - $d = ?$
  - $m = ?$
- Je li ovo težak problem?

Laboratorijski zadatak: Problem ljubomornih muževa

Napišite program koji će **pretraživanjem u širinu** pronaći optimalno rješenje problema ljubomornih muževa.

Problem je opisan na sljedeći način: tri muža i njihove supruge potrebno je jednim čamcem prevesti s jedne strane obale rijeke na drugu. Niti u jednom trenutku ne smije se dogoditi da neka od supruga bude u prisustvu drugoga muža, a da njezin muž nije također prisutan. Čamac može prevesti najviše dvije osobe i ne može ploviti prazan.

Optimalno rješenje je ono s najmanjim brojem koraka. Program treba ispisati rješenje u obliku niza operatora i stanja koja dovode do ciljnog stanja.

Q: Kako definirati skup S i funkciju succ?

Laboratorijski zadatak: Igra brojki

Napišite program koji koristi **iterativno pretraživanje u dubinu** kako bi riješio problem igre brojki.

Cilj igre je, krenuvši od šest zadanih cijelih brojeva, pronaći aritmetički postupak kojim se izvodi neki slučajno generirani ciljni broj. Aritmetičke operacije koje se pritom smiju koristiti jesu zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje bez ostatka. Svaki se broj može iskoristiti samo jednom ili niti jednom.

Početnih šest brojeva neka zadaje korisnik, a ciljni broj neka se generira slučajno iz intervala od 100 do 999.

Ako izraz kojim se izvodi točan broj nije pronađen, treba pronaći izraz koji izvodi broj najbliži traženome.

Q: Kako definirati skup S i funkciju succ?

Sažetak

- Mnogi problemi mogu se riješiti pretraživanjem prostora stanja
- Problemi se razlikuju po **broju stanja**, **faktoru grananja** i **dubini**
- Poželjna svojstva algoritama pretraživanja su **potpunost, optimalnost i mala prostorna složenost**
- Svi algoritmi pretraživanja nažalost imaju **eksponencijalnu vremensku složenost**
- Kod velikog broja stanja preporuča se koristiti **iterativno pretraživanje u dubinu**
- Treba voditi računa o ciklusima (ponavljanju stanja)

Sljedeća tema: Heurističko pretraživanje