

# IGRANJE IGARA

## POGLAVLJE 5

Prema slajdovima Stuarta Russella (hvala)!

## Sažetak

- ◇ Igre
- ◇ Savršena (perfektna) igra
  - minimax odluke
  - $\alpha$ - $\beta$  podrezivanje
- ◇ Ograničeni resursi i približna procjena (evaluacija)
- ◇ Slučajne igre
- ◇ Igre s nepotpunom informacijom

## Igre vs. problemi pretraživanja

“Nepredvidivi” protivnik  $\implies$  rješenje je **strategija**:

— specificira potez za svaki mogući odgovor protivnika

Vremenska granica  $\implies$  ne očekujemo naći cilj, moramo aproksimirati

Povijest napada na problem:

- Računalo razmatra moguće načine igre (Babbage, 1846)
- Algoritam za savršenu (perfektnu) igru (Zermelo, 1912; Von Neumann, 1944)
- Konačni horizont (dubina), približna procjena (Zuse, 1945; Wiener, 1948; Shannon, 1950)
- Prvi program za šah (Turing, 1951)
- Strojno učenje za poboljšanje procjene (Samuel, 1952–57)
- Podrezivanje za produbljenje pretrage (McCarthy, 1956)

## Vrste igara — podjela

	deterministic	chance
perfect information	chess, checkers, go, othello	backgammon monopoly
imperfect information	battleships, blind tictactoe	bridge, poker, scrabble nuclear war

Nepotpuna informacija = dio poteza **nije** vidljiv drugom igraču

Slučajnost = bacanje kocke, izvlačenje karata, ...

## Primjer igre = križić–kružić

engl. = tic-tac-toe

Imamo **dva** igrača = imena su

- MAX (prvi) — stavlja križić (X)
- MIN (drugi) — stavlja kružić (O)

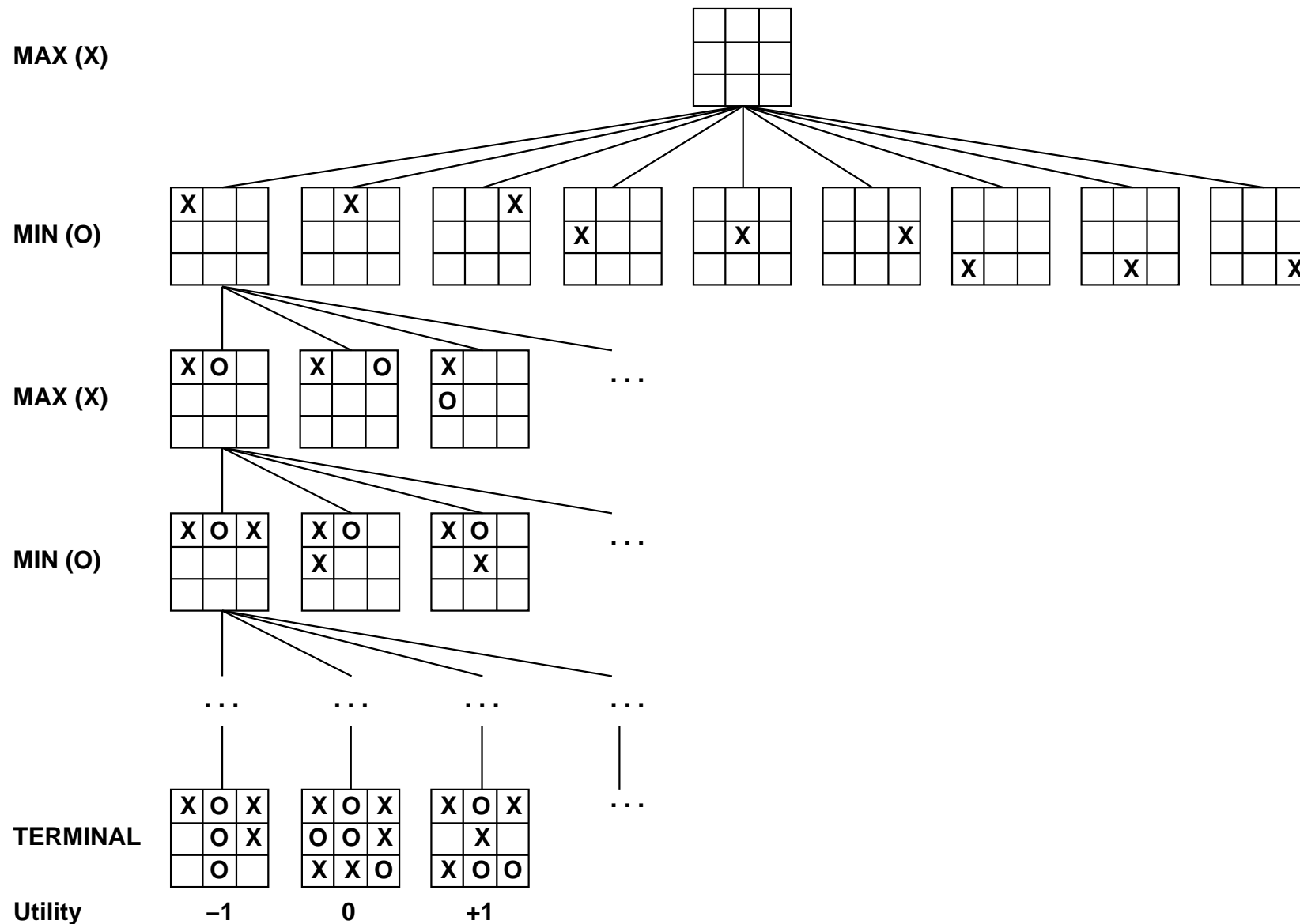
Igra se **naizmjenice** — jedan, pa drugi, ...

Cilj (pobjeda/poraz): 3 ista znaka u redu (vodoravno, okomito, koso)

Funkcija korisnosti (dobitka) za **prvog** igrača (engl. utility function):

- pobjeda — dobitak = +1
- poraz — dobitak = -1
- neriješeno — dobitak = 0

# Stablo igre (2 igrača, deterministička, naizmjenice)



## Stablo igre (2 igrača, deterministička, naizmjenice)

Manje stablo — korištenjem simetrije ploče ...

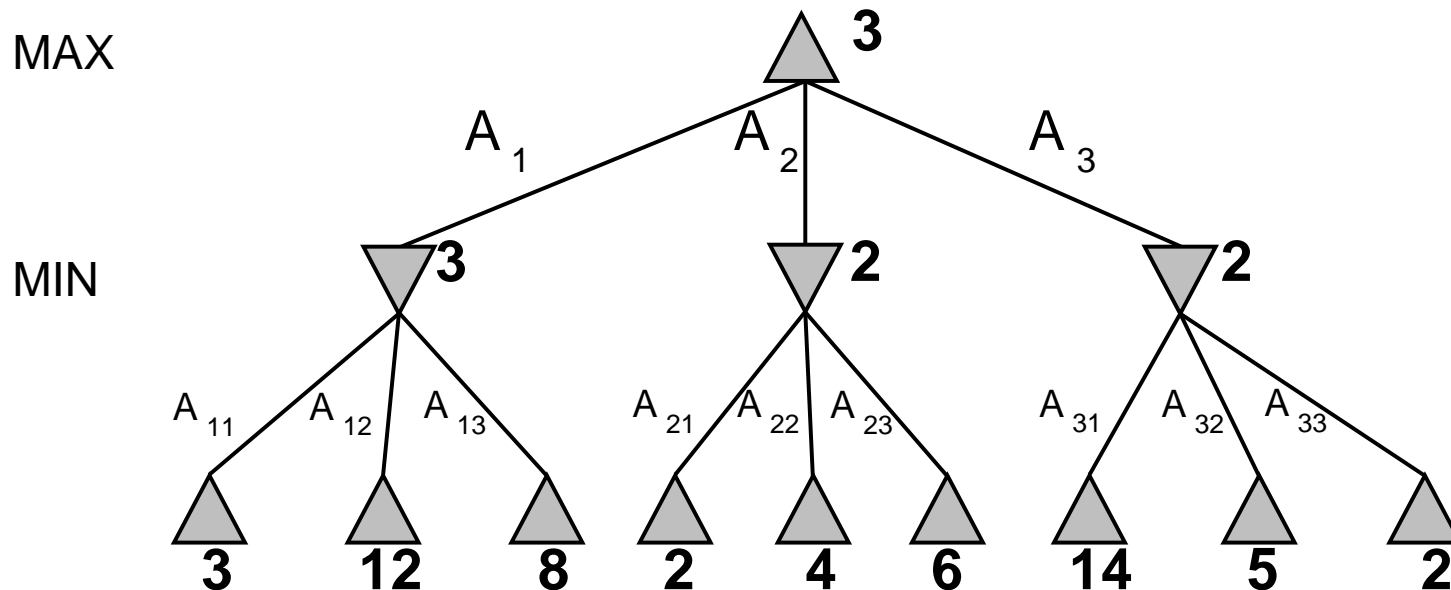
(v. blok\_3)

# Minimax strategija

“Savršena” igra za determinističke igre s potpunom informacijom

Ideja: izaberi potez na poziciju s najvećom **minimax vrijednošću**  
= najbolji dostižni dobitak protiv najbolje igre

Na pr., 2-kružna igra (jedan potez = dva kruga, prema igračima):





## Minimax strategija — iz perspektive prvog igrača

minimax vrijednost čvora = **dobitak** za prvog igrača (MAX), kad je u tom stanju = **gubitak** za drugog igrača (MIN).

Kad MAX bira potez

- želi ići u stanje s **maksimalnom** vrijednošću

Kad MIN bira potez

- želi ići u stanje s **minimalnom** vrijednošću = njegov maksimalni “dobitak”

U **završnom** stanju igre, vrijednost = dobitak (za MAX).

Kod **više** od 2 igrača — onaj tko je **na potezu**, maksimizira **svoj** dobitak iz sljedećih stanja (imamo vektor dobitaka po igračima).

## Minimax algoritam (za 2 igrača)

**function** MINIMAX-DECISION(*state*) **returns** *an action*

**inputs:** *state*, current state in game

**return** the *a* in ACTIONS(*state*) maximizing MIN-VALUE(RERESULT(*a*, *state*))

---

**function** MAX-VALUE(*state*) **returns** *a utility value*

**if** TERMINAL-TEST(*state*) **then return** UTILITY(*state*)

$v \leftarrow -\infty$

**for** *a, s* in SUCCESSORS(*state*) **do**  $v \leftarrow \text{MAX}(v, \text{MIN-VALUE}(s))$

**return** *v*

---

**function** MIN-VALUE(*state*) **returns** *a utility value*

**if** TERMINAL-TEST(*state*) **then return** UTILITY(*state*)

$v \leftarrow \infty$

**for** *a, s* in SUCCESSORS(*state*) **do**  $v \leftarrow \text{MIN}(v, \text{MAX-VALUE}(s))$

**return** *v*

# Svojstva minimax algoritma

Potpun??

## Svojstva minimax algoritma

Potpun?? **Da**, ako je stablo konačno (šah ima posebna pravila za to).

Napomena: konačna strategija može postojati čak i u beskonačnom stablu!

Optimalan??

## Svojstva minimax algoritma

Potpun?? **Da**, ako je stablo konačno (šah ima posebna pravila za to)

Optimalan?? **Da**, protiv optimalnog protivnika. U suprotnom??

Vremenska složenost??

## Svojstva minimax algoritma

Potpun?? **Da**, ako je stablo konačno (šah ima posebna pravila za to)

Optimalan?? **Da**, protiv optimalnog protivnika. U suprotnom??

Vremenska složenost??  $O(b^m)$

Prostorna složenost??

## Svojstva minimax algoritma

Potpun?? **Da**, ako je stablo konačno (šah ima posebna pravila za to)

Optimalan?? **Da**, protiv optimalnog protivnika. U suprotnom??

Vremenska složenost??  $O(b^m)$

Prostorna složenost??  $O(bm)$  (istraživanje u dubinu — DFS)

Za šah,  $b \approx 35$  (prosjeak),  $m \approx 100$  — za “razumne” igre (do mata)  
 $\implies$  egzaktno rješenje je potpuno neizvedivo (nemoguće)

Ali, treba li istražiti **svaki** put do konačnih stanja?

## Svojstva minimax algoritma

Potpun?? **Da**, ako je stablo konačno (šah ima posebna pravila za to)

Optimalan?? **Da**, protiv optimalnog protivnika. U suprotnom??

Vremenska složenost??  $O(b^m)$

Prostorna složenost??  $O(bm)$  (istraživanje u dubinu — DFS)

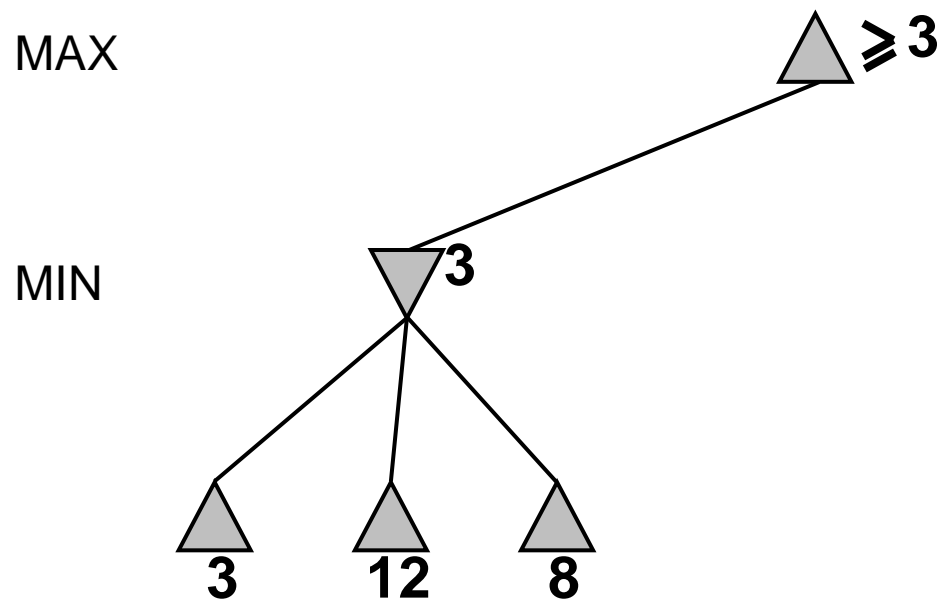
Za šah,  $b \approx 35$  (prosjek),  $m \approx 100$  — za “razumne” igre (do mata)  
 $\implies$  egzaktno rješenje je potpuno neizvedivo (nemoguće)

Ali, treba li istražiti **svaki** put do konačnih stanja?

Srećom, ne baš — traženje se može drastično **skratiti**  
tzv. podrezivanjem grana u stablu (kao kod pravih stabala).

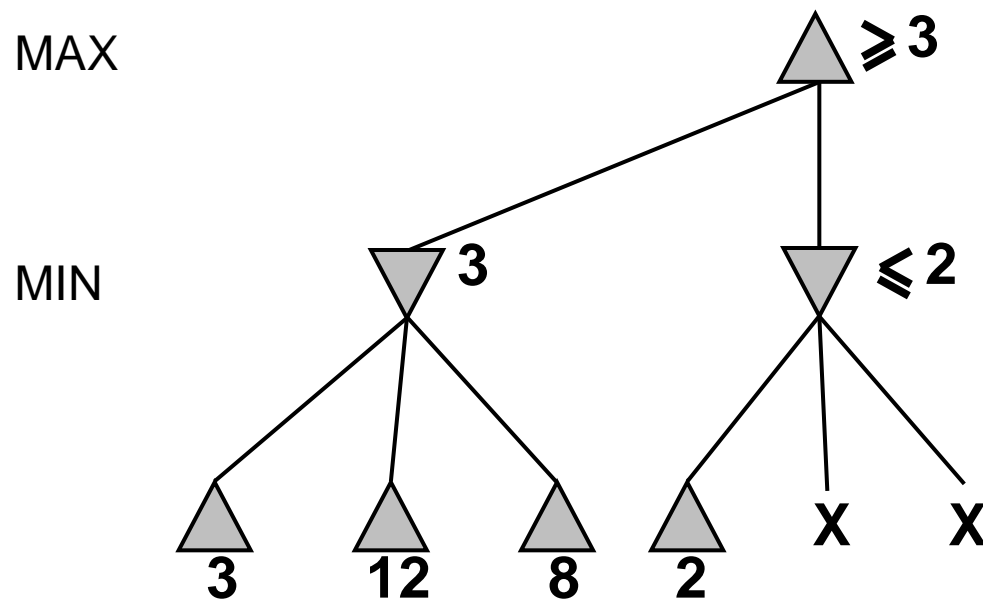


## Primjer $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja



Zaključak nakon **prve** faze do dna. Sva stanja moramo **pogledati**.

## Primjer $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja

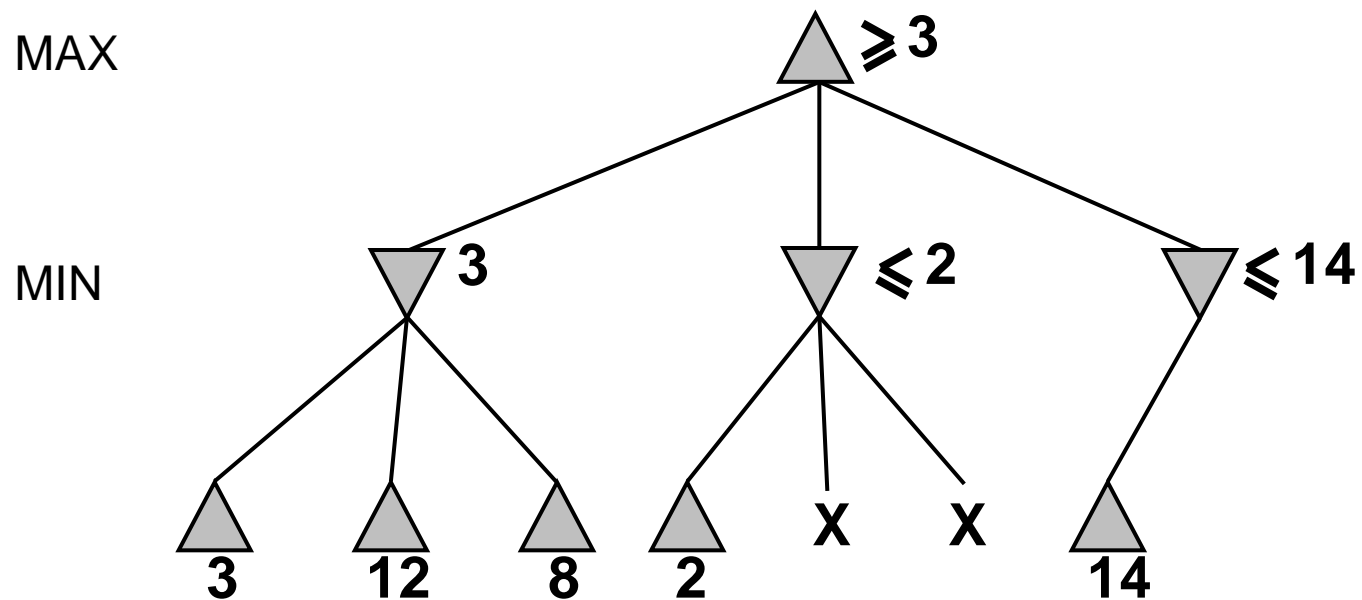


Zaključak nakon **druge** faze do dna.

Nakon prvog stanja, X-ove **ne gledamo**.

Razlog: MIN je najviše 2, pa **ne može** povećati MAX!

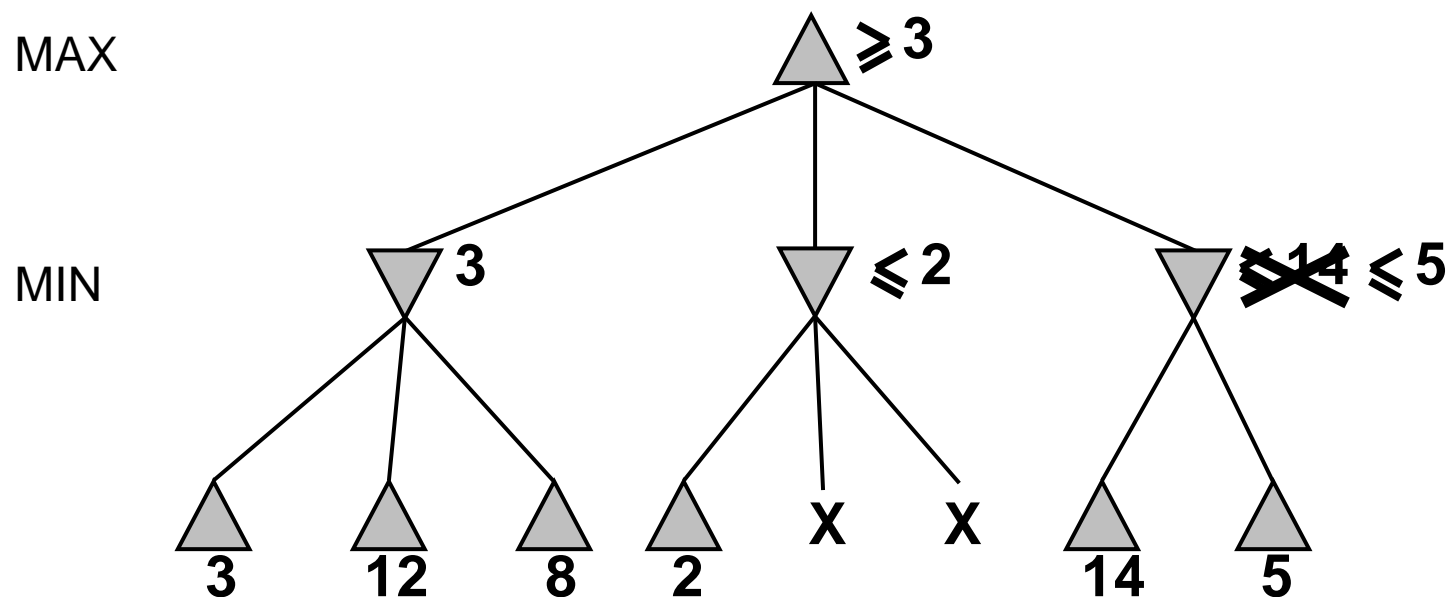
## Primjer $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja



Zaključak u **trećoj** fazi do dna.

Prvo stanje **može** povećati MAX — moramo gledati **dalje!**

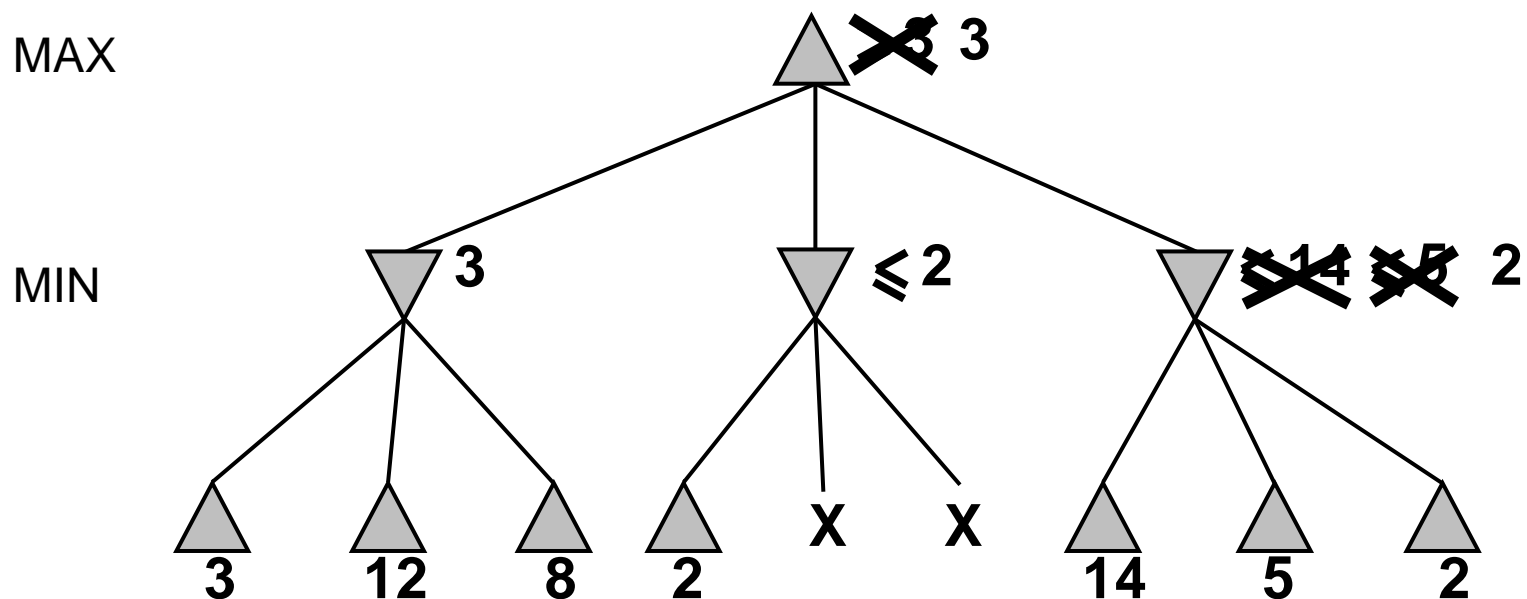
# Primjer $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja



Zaključak u **trećoj** fazi do dna.

Drugo stanje **može** povećati MAX — moramo gledati **dalje!**

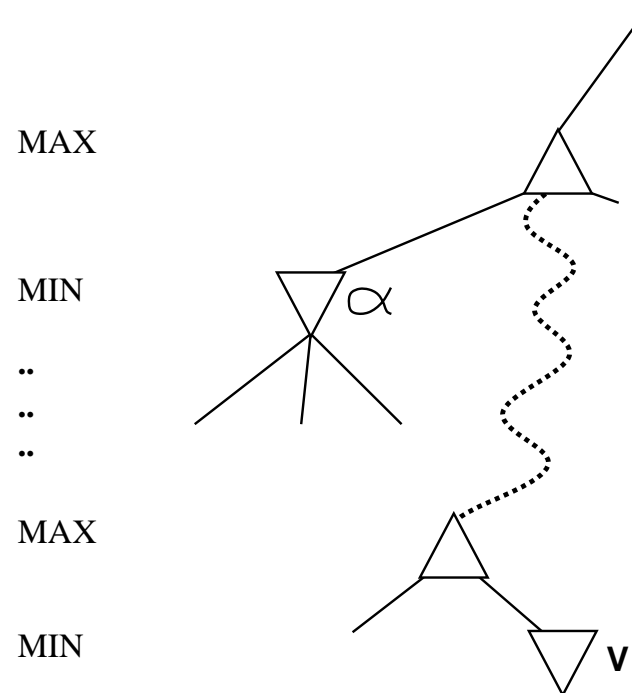
# Primjer $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja



Konačni zaključak u **trećoj** fazi do dna.

Da smo **prvo** pogledali stanje (2) — ostala smo mogli **(p)odrezati!**

## Zašto se podrezivanje zove $\alpha$ - $\beta$ ?



$\alpha$  je **najbolja** (najveća) vrijednost (za MAX) koju smo našli do sada, na bilo kojem putu, u točki izbora za MAX.

Ako je  $V$  lošije od  $\alpha$ , MAX će to izbjeći  $\implies$  podrezati tu granu!

## Zašto se podrezivanje zove $\alpha$ - $\beta$ ?

Sasvim analogno, ako dobijemo  $\beta$  i  $V$  u nekim točkama za MAX ...

$\beta$  je **najbolja** (najmanja) vrijednost (za MIN) koju smo našli do sada, na bilo kojem putu, u točki izbora za MIN.

Ako je  $V$  lošije od  $\beta$ , MIN će to izbjeći  $\implies$  podrezati tu granu!

Realizacija podrezivanja za oba igrača:

- U svakoj točki izbora pamtimo **par**  $(\alpha, \beta)$
- Inicijalizacija je  $(-\infty, +\infty)$ , jer  $\alpha$  **raste**, a  $\beta$  **pada**

## Algoritam $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja

**function** ALPHA-BETA-DECISION(*state*) **returns** an action  
    **return** the *a* in ACTIONS(*state*) maximizing MIN-VALUE(RESULT(*a*, *state*))

---

**function** MAX-VALUE(*state*,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) **returns** a utility value  
    **inputs:** *state*, current state in game  
         $\alpha$ , the value of the best alternative for MAX along the path to *state*  
         $\beta$ , the value of the best alternative for MIN along the path to *state*  
  
    **if** TERMINAL-TEST(*state*) **then return** UTILITY(*state*)  
     $v \leftarrow -\infty$   
    **for** *a*, *s* in SUCCESSORS(*state*) **do**  
         $v \leftarrow \text{MAX}(v, \text{MIN-VALUE}(s, \alpha, \beta))$   
        **if**  $v \geq \beta$  **then return** *v*  
         $\alpha \leftarrow \text{MAX}(\alpha, v)$   
    **return** *v*

---

**function** MIN-VALUE(*state*,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) **returns** a utility value  
    same as MAX-VALUE but with roles of  $\alpha$ ,  $\beta$  reversed



## Svojstva $\alpha$ - $\beta$ podrezivanja

Podrezivanje **nema** utjecaja na konačni rezultat (ostaje isti)

Dobar poredak poteza (u pretrazi) **poboljšava** efikasnost podrezivanja

Uz “idealni poredak”, vremenska složenost =  $O(b^{m/2})$   
 $\implies$  **udvostručuje** rješivu dubinu (za isto vrijeme)

Jednostavan primjer doprinosa (vrijednosti) razmišljanja o tome  
koja računanja su relevantna (bitna) za rezultat  
(oblik **meta-razmišljanja**)

Nažalost, u šahu, čak i “pola” dubine daje  $35^{50}$  — još uvijek nemoguće!

## Ograničeni resursi — prostor, vrijeme

Standardni pristup:

- Koristimo CUTOFF-TEST umjesto TERMINAL-TEST  
tj., ograničenje na **dubinu**,  
uz “mirno” ili “tiho” (engl. **quiescence**) traženje  
= ne očekuju se nagle promjene dobitka
- Koristimo EVAL umjesto UTILITY  
tj., **evaluacijsku funkciju** ili **funkciju procjene**  
koja procjenjuje “poželjenost” pozicije

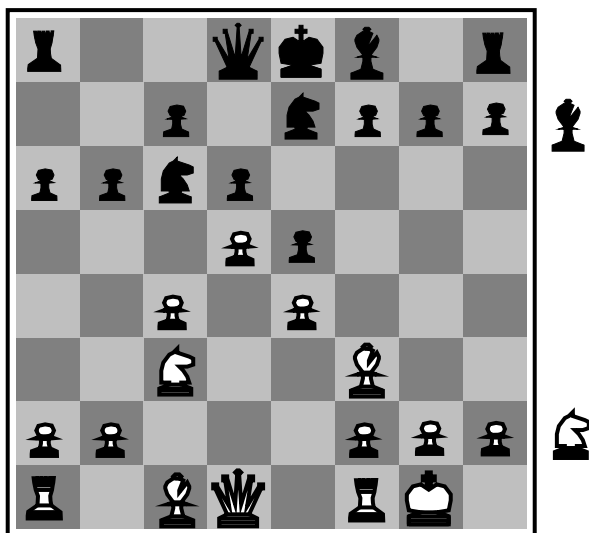
Uzmimo da imamo 100 sekundi i istražujemo  $10^4$  čvorova po sekundi:

⇒  $10^6$  čvorova po potezu  $\approx 35^{8/2} = (\sqrt{35})^8$ , ili  $b = \sqrt{35} \approx 6$

⇒  $\alpha$ - $\beta$  podrezivanje stiže do dubine **8**

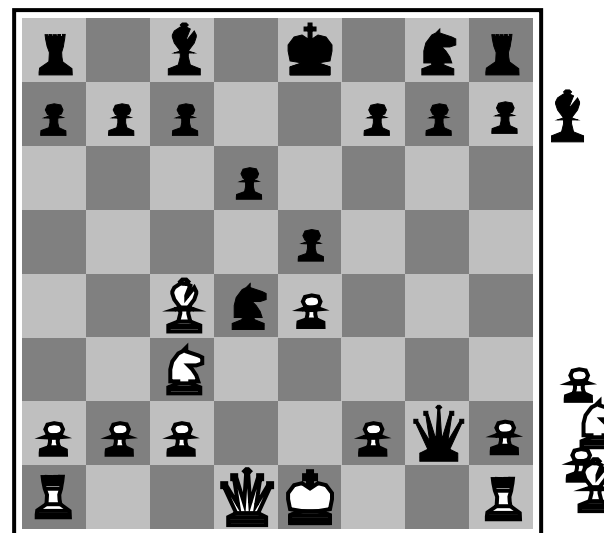
⇒ sasvim dobar šah program!

# Evaluacijske funkcije (procjene)



Black to move

White slightly better



White to move

Black winning

Za šah, obično je  $f$  = linearna težinska suma pojedinih obilježja pozicije

$$\text{EVAL}(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s)$$

Na pr.,  $w_1 = 9$ , uz

$$f_1(s) = (\text{broj bijelih kraljica}) - (\text{broj crnih kraljica}), \quad \text{itd.}$$

## Obični Minimax algoritam — ponavljanje

Skraćeni zapis:

- $M(s) = \text{MINIMAX}(s)$  — **minimax** vrijednost čvora (stanja)  $s$
- $\text{succ}(s)$  = funkcija **sljedbenika** = svi **valjani** potezi u stanju  $s$
- $\text{terminal}(s) = \text{TERMINAL-TEST}(s)$  = provjera **završnog** stanja

**Minimax** vrijednost čvora (stanja)  $s$  je

$$\text{MINIMAX}(s) = M(s) =$$

$$\begin{cases} \text{UTILITY}(s) & \text{ako je } \text{terminal}(s) \\ \max \{ M(t) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{MAX čvor} \\ \min \{ M(t) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{MIN čvor} \end{cases}$$

Rekurzija u **dubinu**, postavljanje vrijednosti pri **povratku!**  
prostorna složenost  $O(m)$ , ali vremenska je  $O(b^m)$ .

## Problemi s dubinom traženja

U stvarnim igrama (šah i sl.),

- potrebna **dubina**  $m$  za nalaženje **optimalne** strategije (odn. prvog poteza za MAX) je **prevelika** za raspoloživo **vrijeme**

⇒ Moramo postaviti ograničenje na **dubinu** pretrage:

- **najviše** do dubine  $d_{\max}$ ,
- **ispod** te dubine — procjena dobitka na temelju **heurističke** funkcije  $h = \text{EVAL}$ .

Posljedice:

- svaki igrač donosi **nesavršene** odluke (poteze) (inače je igra **nezanimljiva** — sve se **zna** od **prvog** poteza!)
- nakon **svakog** (nesavršenog) poteza protivnika, igrač treba **iznova** napraviti procjenu — za **sljedeći** potez.

## Heuristički Minimax algoritam (za 2 igrača)

Vodimo računa o dubini, **početna** dubina je  $d = 0$ . Oznake:

- $H(s, d) = \text{H-MINIMAX}(s, d) =$  **heuristička minimax** vrijednost čvora (stanja)  $s$  na **dubini**  $d$
- $h(s) = \text{EVAL}(s) =$  procjena **dobitka** za MAX u stanju  $s$
- $\text{cut}(s, d) = \text{CUTOFF-TEST}(s, d) =$  provjera **prekida** spuštanja

**Heuristička minimax** vrijednost čvora (stanja)  $s$  na dubini  $d$  je

$$\text{H-MINIMAX}(s, d) = H(s, d) =$$

$$\begin{cases} h(s) & \text{ako je } \text{cut}(s, d) \\ \max \{ H(t, d + 1) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{MAX čvor} \\ \min \{ H(t, d + 1) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{MIN čvor} \end{cases}$$

## Uloga funkcije prekida

Usporedba s običnim minimax algoritmom:

$$\text{terminal}(s) = \text{TERMINAL-TEST}(s)$$

prelazi u

$$\text{cut}(s, d) = \text{CUTOFF-TEST}(s, d)$$

Drugim riječima, funkcija `cut`

- pretvara **neterminalne** čvorove (stanja) igre
- u **terminalne** listove stabla pretrage — kao da su završna stanja, a dobitak se **procjenjuje** na temelju evaluacijske funkcije  $h$ .

Najjednostavnije “rezanje”:

$$\text{cut}(s, d) = \text{true} \iff d \geq d_{\max} \text{ ili } \text{terminal}(s) = \text{true}$$

Bolje: **iterativno** spuštanje u dubinu (IDS), do **isteka** vremena.

## Dobre heurističke funkcije

Očito: **loša** procjena može dovesti do (nepotrebnog) **poraza**.

Bitno:

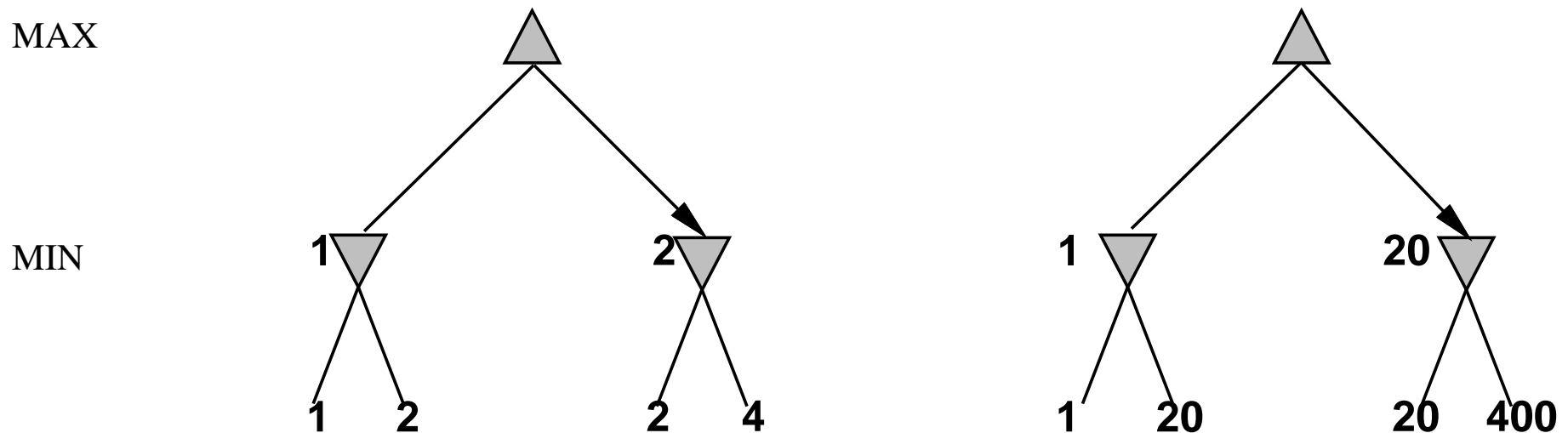
- za **terminalna** stanja, procjena  $h$  mora dati **isti poredak** kao i pravi dobitak = **UTILITY** funkcija.

Ovo odgovara “**dopustivosti**” heuristike!



## Primjer: Stvarne vrijednosti dobitka nisu bitne

Invarijantnost “odluka” — poretka terminalnih stanja:



Ponašanje ostaje isto (čuva se)

za bilo koju **monotonu** transformaciju funkcije  $h = \text{EVAL}$ .

Dakle, samo **poredak** je bitan:

**dobitak** u determinističkim igrama ima ulogu funkcije **poredavanja** prema **korisnosti**.

## Dobre heurističke funkcije (nastavak)

Za **neterminalna** stanja

- računanje mora biti dovoljno **brzo** — to je poanta
- procjena mora biti **visoko korelirana** sa stvarnom “šansom” za pobjedu, odn. stvarnim dobitkom  
(procjena je “nagađanje” = “šansa”, iako je igra deterministička).

Zato su stvarne procjene sastavljene iz **puno** dijelova.

Lakša varijanta = **linearna** težinska suma pojedinih “**lokalnih**” heuristika (pojedinih **obilježja** pozicije)

$$\text{EVAL}(s) = w_1 f_1(s) + w_2 f_2(s) + \dots + w_n f_n(s)$$

Iza ovog se “skriva” **nezavisnost** pojedinih doprinosa  $f_i$ .

Teža varijanta = **nelinearna** kombinacija (zavisna obilježja).

## Heurističko $\alpha$ - $\beta$ podrezivanje

Dodatno skraćenje pretrage

heuristička modifikacija  $\alpha$ - $\beta$  podrezivanja

Potrebne promjene u osnovnom algoritmu — isto kao za minimax:

U funkcijama **MAX-VALUE** i **MIN-VALUE** treba

- dodati dubinu  $d$  kao argument
- umjesto testa terminalnog stanja

**if** **TERMINAL-TEST**( $state$ ) **then return** **UTILITY**( $state$ )

- treba staviti provjeru prekida

**if** **CUTOFF-TEST**( $state, d$ ) **then return** **EVAL**( $state$ )

**Napomena:** igrači mogu koristiti **različite** heurističke funkcije  $h_1$  i  $h_2$ .

## Primjeri za determinističke igre

v. FER, UI-4, od str. 12 nadalje (do str. 21)

## Determinističke igre u praksi

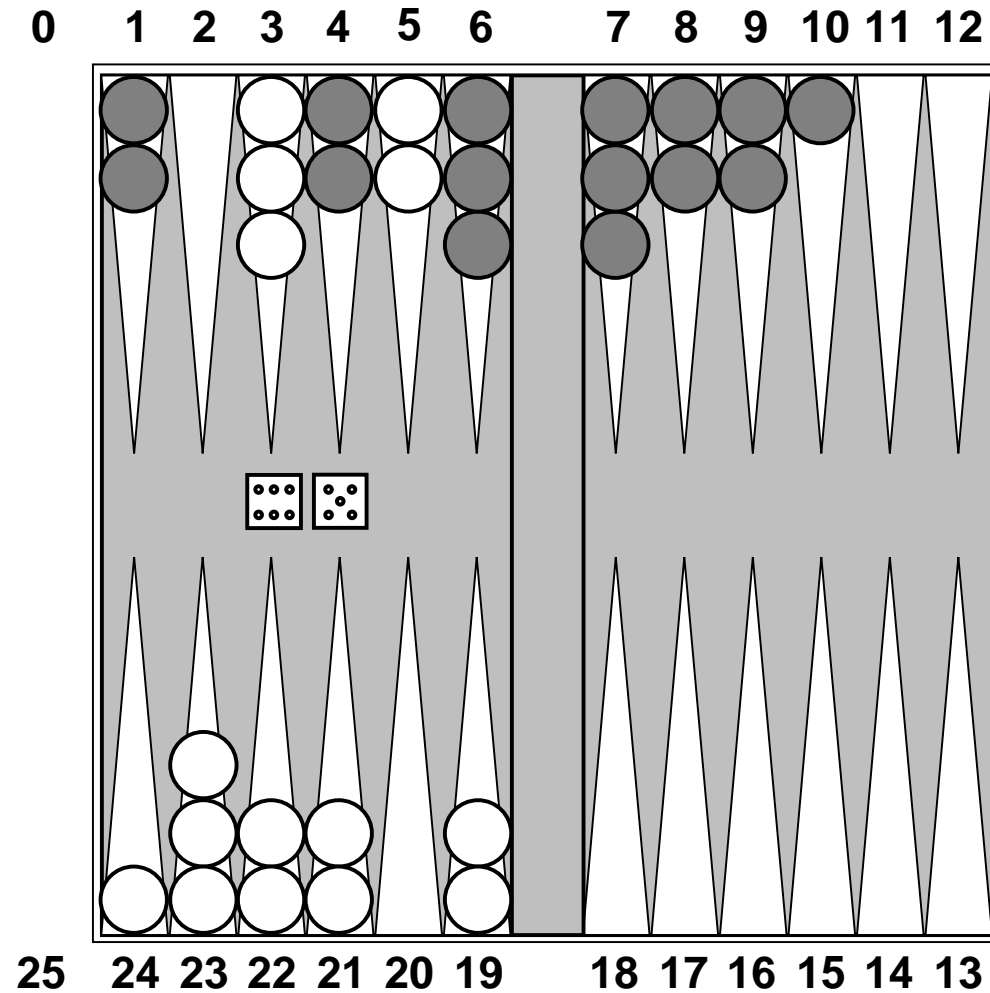
**Dama:** Program **CHINOOK** završio je 1994.g. dugogodišnju vladavinu ljudskog svjetskog prvaka Mariona Tinsleyja. Igra **savršeno** — koristeći  $\alpha$ - $\beta$  pretragu i bazu “završnica” (malo figura na ploči, oko  $39 \cdot 10^{12}$  pozicija).

**Šah:** IBM-ov **DEEP BLUE** pobijedio je svjetskog prvaka Garija Kasparova u meču od 6 partija 1997. godine. Pretražuje oko **200** miliona pozicija u sekundi, ima vrlo složenu evaluacijsku funkciju i koristi (tajne) metode za produbljivanje pretrage i do **40** “krugova” duboko. Moderni programi imaju **veći** “rejting” od ljudi.

**Othello** ili **Reversi:** manji prostor pretrage, obično **5–15** dozvoljenih poteza. Današnji programi su **bitno bolji** od najboljih ljudskih igrača.

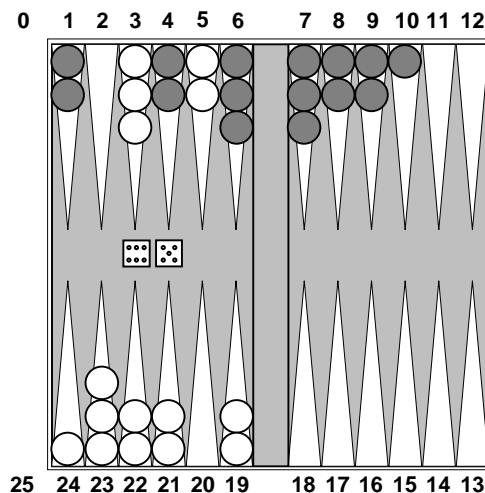
**Go:** Faktor grananja je ogroman,  $b > 300$ . Moderni programi su na razini majstora, još uvijek **gube** protiv najboljih ljudskih igrača.

# Nedeterminističke igre: backgammon



Bacaju se **dvije kocke** — element **slučajnosti** (ili sreće/nesreće)

# Backgammon — kratki opis



Cilj igre: maknuti sve svoje figure **izvan** ploče.

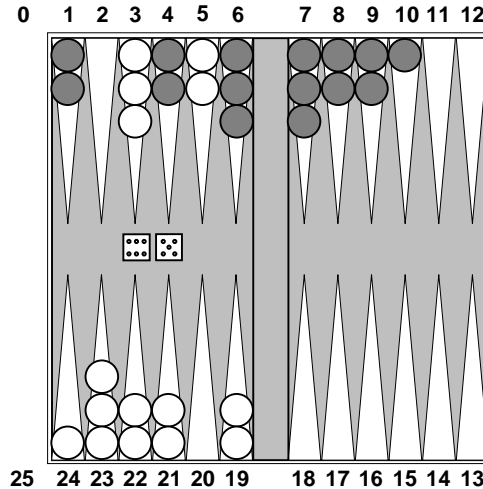
Potezi:

**bijeli** igra **u smjeru** kazaljke na satu — prema **25**,  
**crni** igra **obratnim** smjerom — prema **0**.

Figura se može maknuti na **bilo koju** poziciju, osim ako tamo već postoje **bar dvije** protivnikove figure.

Ako postoji **samo jedna**, ona je “zarobljena” i mora krenuti **iznova**.

## Backgammon — kratki opis (nastavak)



U ovoj poziciji, **bijeli** je bacio **6-5** — to su **zadane duljine** poteza.

Mora izabrati između **4** dozvoljena poteza:

**(5-10, 5-11), (5-11, 19-24), (5-10, 10-16) i (5-11, 11-16)**

Oznaka **(5-11, 11-16)** znači

makni jednu figuru s pozicije **5** na **11** — za **6** mjesta,  
onda makni (tu istu) figuru s **11** na **16** — za **5** mjesta.



## Backgammon — modeliranje stabla igre

Bijeli, naravno, **zna** svoje dozvoljene poteze (grananje). Međutim,

- on **ne zna** što će **crni** baciti, tj. što će biti **dozvoljeni** potezi **crnog**!

Za konstrukciju **stabla** igre:

Slučajnost se tretira kao **novi igrač = CHANCE**

Oznaka = kružni čvorovi, **između** MAX i MIN čvorova.

**Grananje** u **CHANCE** čvoru

- predstavlja **sve moguće ishode** bacanja para kocaka,
- svaka grana je označena ishodom i **vjerojatnošću** tog ishoda.

## Backgammon — grananje u CHANCE čvoru

Konkretno,

par kocaka možemo baciti na 36 načina i svi su **jednako** vjerojatni.

Ishod bacanja je **par**  $(x, y)$ , za  $x, y \in \{1, \dots, 6\}$ .

Vjerojatnost svakog ishoda je  $P(x, y) = 1/36$ .

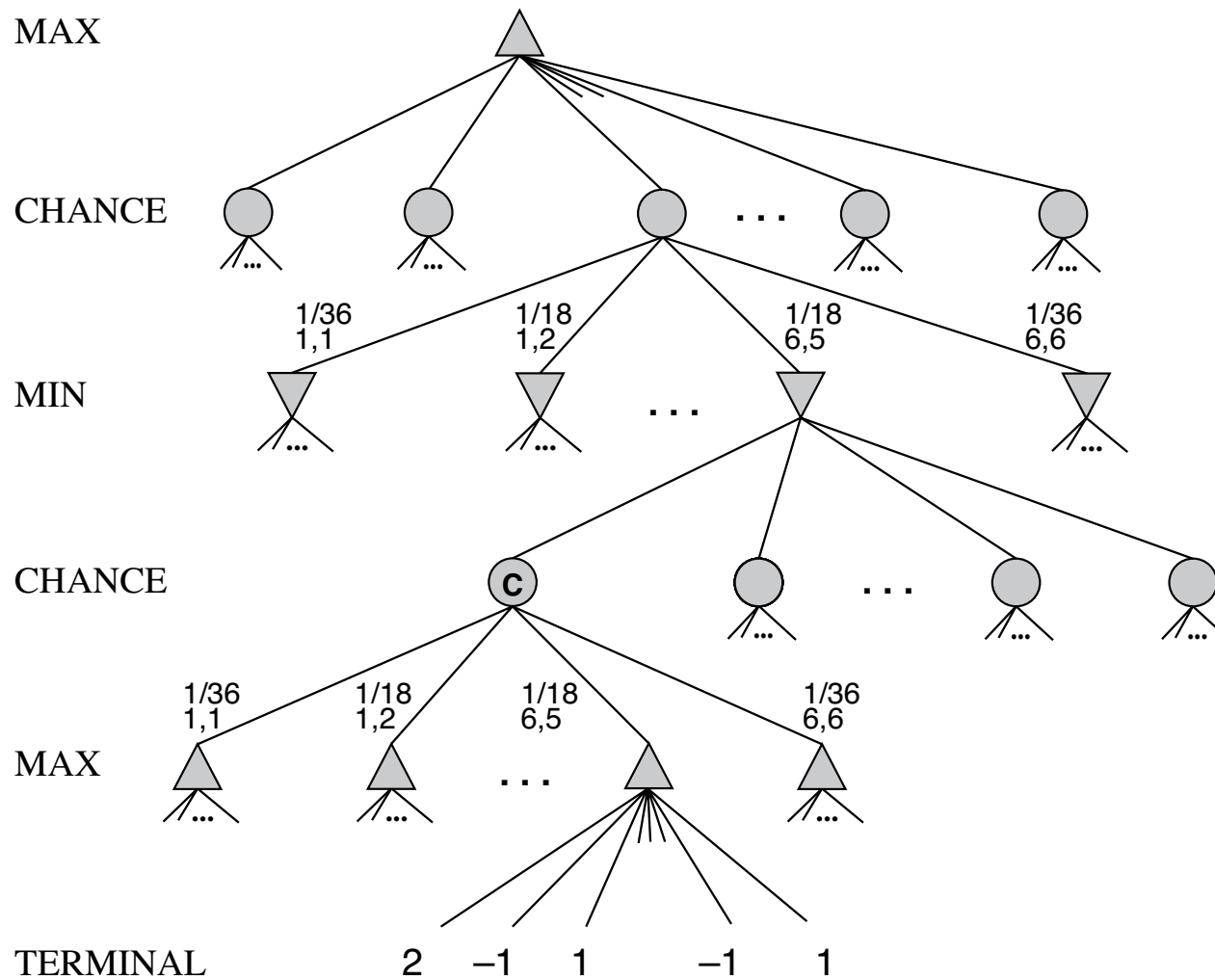
No, u igri je **6-5** isto što i **5-6** (samo brojevi su važni, ne i poredak).

Kad to uvažimo, imamo “**samo**” 21 mogući ishod

- 6 **duplih** kocaka (1-1 do 6-6),  
svaki ima vjerojatnost  $P(x-x) = 1/36$
- 15 **različitih** kocaka (1-2 do 5-6),  
svaki ima vjerojatnost  $P(x-y) = 1/18$  ( $x < y$ ).

Dakle, faktor grananja u svakom CHANCE čvoru je  $n = 21$ .

# Schema stabla igre za poziciju u backgammonu



## Izbor poteza — prema očekivanom dobitku

Kako **odlučujemo**?

Naime, pozicije **nemaju** precizno definirane minimax vrijednosti!

Umjesto toga, jedino razumno što možemo napraviti u CHANCE čvoru  
= izračunati **očekivanu** vrijednost pozicije,  
= **srednja vrijednost** po **svim** mogućim ishodima u tom čvoru.

To radimo za svaki CHANCE čvor **posebno**.

U svim ostalim čvorovima postupamo kao i ranije

- u **terminalnim** čvorovima — vrijednost = **dobitak**
- u **MAX** i **MIN** čvorovima (za koje se **zna** ishod bacanja tik ispred)  
radimo **isto** što i prije — optimiziramo **očekivani** dobitak (max/min).

Ovo je **generalizacija** **MINIMAX** algoritma za determinističke igre na **nedeterminističke igre** sa slučajnim čvorovima = **EXPECTIMINIMAX**.

# Expectiminimax algoritam

Skraćeni zapis:

- $EM(s) = \text{EXPECTIMINIMAX}(s)$  — očekivana minimax vrijednost čvora (stanja)  $s$

$$\text{EXPECTIMINIMAX}(s) = EM(s) =$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{UTILITY}(s) & \text{ako je terminal}(s) \\ \max \{ EM(t) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{MAX čvor} \\ \min \{ EM(t) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{MIN čvor} \\ \text{avg} \{ EM(t) \mid t \in \text{succ}(s) \} & \text{ako je } s = \text{CHANCE čvor} \end{array} \right.$$

Srednja vrijednost avg je

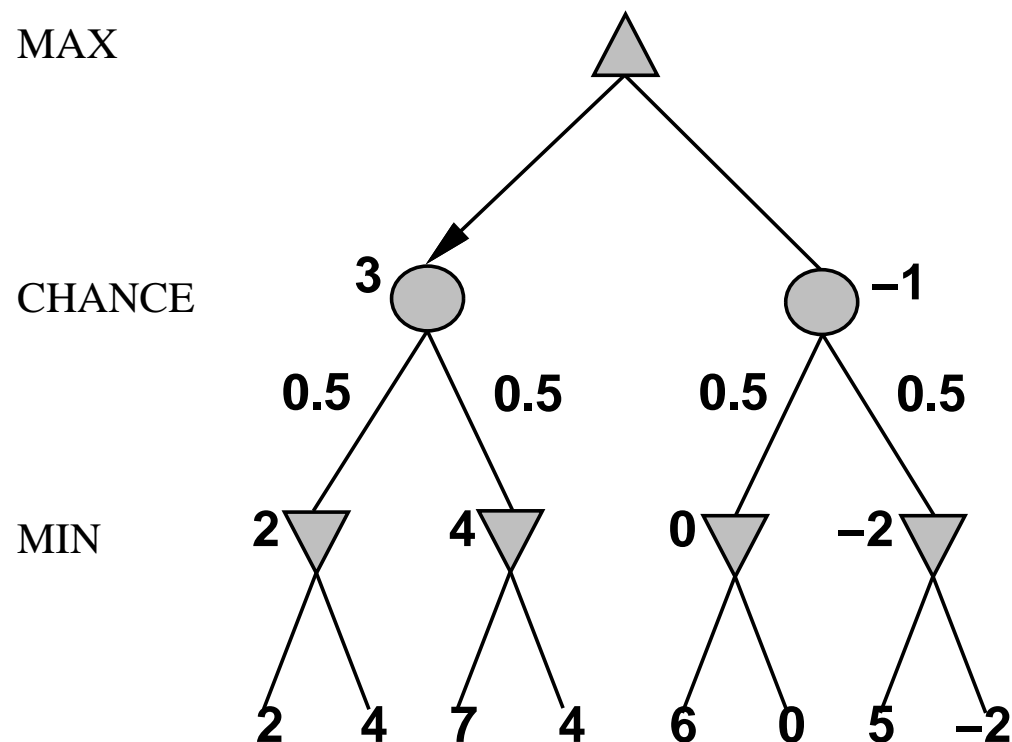
$$\sum_{t \in \text{succ}(s)} P(t) \cdot EM(t)$$

Ovdje  $t$  znači ishod “slučajnosti” u CHANCE stanju  $s$ .

## Nedeterminističke igre — primjer

U nedeterminističkim igrama, slučajnost se dobiva bacanjem **kocke** (ili **više** njih), miješanjem **karata**, i sl.

Jednostavni primjer — bacanjem **novčića** (**pola–pola**):



## Nedeterminističke igre u praksi — složenost

**Vremenska složenost:** Osim “običnog” grananja igre  $b$ , expectiminimax **dodatno** pretražuje i sve moguće ishode **slučajnosti**.

Ako je  $n$  = broj mogućih ishoda, onda je potrebno vrijeme  $O(b^m n^m)$ .

Čak i uz ograničenje dubine pretrage na vrlo **mali**  $d_{\max}$ , **dodatno** trajanje (obzirom na obični minimax)

⇒ **nerealno** je “**daleko** gledati unaprijed” u većini igara.

Primjer: u **backgammon** igri je  $n = 21$ . Faktor grananja  $b$  je obično oko  $20$ , ali može **narasti** na  $4000$  za bacanje “**duplih**” kocaka.

Za dubinu traženja  $d = 4$ , uz  $b = 20$ , dobivamo (**tri** bacanja kocke)

$$20 \times (21 \times 20)^3 \approx 1.2 \times 10^9$$

Stvarno, možemo pretražiti najviše **tri** kruga!

## Nedeterminističke igre u praksi — heuristike

Dakle, primjena dobrih **heuristika** za procjenu je **nužna!**

Napomena: Program **TDGAMMON** koristi pretragu **samo** do dubine **2**  
+ **jako dobru** funkciju procjene **EVAL**  
 $\approx$  razina svjetskog prvaka

**Loša** stvar: kako dubina **raste**, **vjerojatnost** stizanja do danog čvora **drastično pada**

$\implies$  korist od “gledanja unaprijed” se smanjuje  
 $\alpha$ - $\beta$  podrezivanje je puno **manje efikasno**.



## Dobre heurističke funkcije — promjena!

Što su ovdje “dobre” ili “dopustive” heurističke funkcije?

Princip je isti kao i prije:

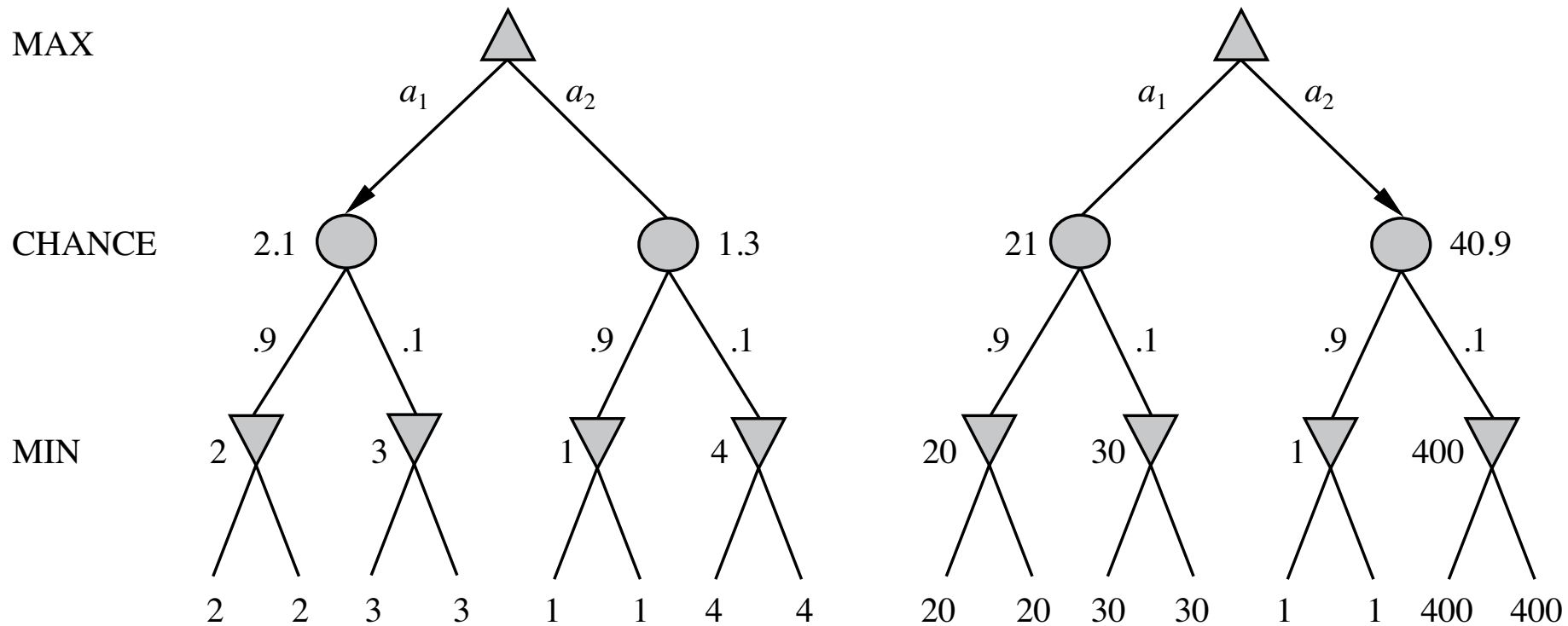
- za **terminalna** stanja, procjena  $h$  mora dati **isti poredak** kao i **pravi** očekivani dobitak — iz **UTILITY** funkcije.

Drugim riječima: Invarijantnost “odluka” — poretka terminalnih stanja.

Međutim, zbog računanja **očekivanja** u CHANCE čvorovima,

- stvarne vrijednosti funkcije  $h = \text{EVAL}$  **postaju bitne!**

# Primjer: Stvarne vrijednosti dobitka jesu bitne



Na lijevoj slici, MAX treba izabrati **lijevu** granu, a na desnoj slici treba izabrati **desnu** granu.

Razlog: drastično povećanje dobitka u najdesnijem završnom čvoru ( $4 \mapsto 400$ ) **mijenja odnos** grana u CHANCE čvorovima!

## Dobre heurističke funkcije — zaključak

Ponašanje ostaje isto (čuva se) **samo** za **pozitivnu linearnu** transformaciju funkcije **očekivanog dobitka** dane pozicije.

Stoga **EVAl** mora biti **proporcionalna** očekivanom dobitku!

## Igre s nepotpunom informacijom — ukratko

Primjeri:

ratovi i ratne igre — **ne znamo** protivnikov raspored snaga ...  
kartaške igre — **ne znamo** protivnikove početne karte,  
uz dodatak **slučajnosti** ako se karte “vuku” i kasnije.

Kartaške igre, potapanje brodova:

obično možemo izračunati **vjerojatnost** za **svaku** moguću podjelu  
(početni raspored karata, brodova).

Kao da imamo jedno veliko “**bacanje kocaka**” na **početku** igre.\*

Ideja:

izračunaj minimax vrijednost **svake** akcije u **svakoj** podjeli,  
onda izberi akciju **najvećim očekivanjem** preko **svih** podjela.\*

Poseban slučaj: ako je akcija **optimalna** za **sve** podjele  $\implies$  **optimalna**.\*

## Primjer zdravog razuma za \*

Put A vodi prema **maloj** hrpi zlata

Put B vodi prema razdvajanju staza

uzmi lijevu stazu i naći ćeš **gomilu** dragulja;

uzmi desnu stazu i **pregazit** će te autobus.

Zaključak: idi B, samo uzmi lijevo!

## Primjer zdravog razuma za \*

Put A vodi prema **maloj** hrpi zlata

Put B vodi prema razdvajanju staza

uzmi lijevu stazu i naći ćeš **gomilu** dragulja;

uzmi desnu stazu i **pregazit** će te autobus.

Put A vodi prema **maloj** hrpi zlata

Put B vodi prema razdvajanju staza (suprotan izbor)

uzmi lijevu stazu i **pregazit** će te autobus;

uzmi desnu stazu i naći ćeš **gomilu** dragulja.

Zaključak: opet idi B, samo sad uzmi desno!

## Primjer zdravog razuma za \*

Put A vodi prema **maloj** hrpi zlata

Put B vodi prema razdvajanju staza

uzmi lijevu stazu i naći ćeš **gomilu** dragulja;

uzmi desnu stazu i **pregazit** će te autobus.

Put A vodi prema **maloj** hrpi zlata

Put B vodi prema razdvajanju staza (suprotan izbor)

uzmi lijevu stazu i **pregazit** će te autobus;

uzmi desnu stazu i naći ćeš **gomilu** dragulja.

Put A vodi prema **maloj** hrpi zlata

Put B vodi prema razdvajanju staza (pogađanje)

**izaberi korektno** i naći ćeš **gomilu** dragulja;

**izaberi pogrešno** i **pregazit** će te autobus.

Ovo je **srednja** vrijednost prethodnih slučajeva! Opet idi B???

## Ispravna analiza

Objašnjenje za \*:

Intuicija da je globalna **vrijednost** neke akcije  
= **prosjek** njezinih **vrijednosti** preko **svih** stvarnih stanja  
je **POGREŠNA!**

Može se koristiti za **aproksimaciju**, na smanjenom broju stanja (uzorak).

Uz **djelomično** opažanje/informacije, vrijednost akcije ovisi o  
**stanju informiranosti** ili **uvjerenja** u kojem je agent tog trena.

Može se generirati i pretraživati stablo stanja informiranosti.

To dovodi do razumnih ponašanja, poput

- ◇ Akcija za **prikupljanje** informacija (igra potapanja brodova)
- ◇ **Signaliziranja** nekom od partnera (kartaške igre)
- ◇ Slučajnih akcija za **prikrivanje** informacija protivniku



## Sažetak

Igre su **zabavne** za rad na njima (i opasne!)

One ilustriraju nekoliko važnih stvari o **UI**:

- ◇ savršenost je **nedostižna**  $\implies$  moramo **aproksimirati**
- ◇ **dobra ideja** = razmisliti o čemu treba razmišljati (voditi računa)
- ◇ nesigurnost/neodređenost **ograničava** dodjelu vrijednosti stanjima  
= baza za podrezivanje u nedeterminističkim igrama
- ◇ **optimalne** odluke ovise o **stanju informiranosti**,  
a ne o stvarnom stanju

Igre su **Umjetnoj inteligenciji** isto što i **utrke** za **projektiranje automobila**.