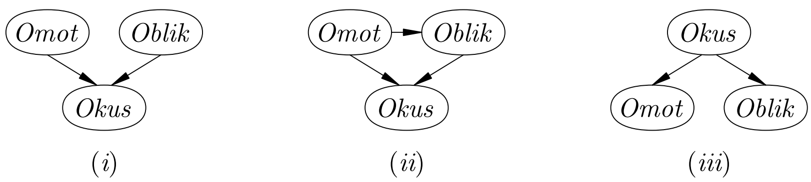
UMJETNA INTELIGENCIJA — 2. kolokvij

26. 1. 2015.

1. (20) Ukratko definirajte sintaksu **Bayesove mreže** za skup od n slučajnih varijabli $X_1, \ldots, X_n$, te navedite globalnu (numeričku) i lokalnu (topološku) semantiku mreže.

Tvrtka "Bomboni iznenađenja" proizvodi bombone s dva okusa: 70% ima okus jagode, a 30% ima okus čokolade. Po slučajnom principu, svaki bombon može biti okruglog ili kockastog oblika, a nakon toga se slučajno pakira u omot koji može biti crven ili smeđ. Za jagodne bombone znamo da ih je 80% okruglo i da 80% ima crveni omot, dok za čokoladne znamo da 90% njih ima kockast oblik i 90% ima smeđi omot.

Bomboni se prodaju **pojedinačno**, u zatvorenim, identičnim malim kutijama (izvana se ne razlikuju). Sljedeća slika prikazuje tri ponuđene Bayesove mreže za opis odnosa između slučajnih varijabli u ovom problemu:



(a) Koje mreže **mogu** korektno reprezentirati potpunu združenu distribuciju vjerojatnosti $\mathbf{P}(Okus, Omot, Oblik)$? Ukratko argumentirajte odgovor.

(b) Koja mreža je **najbolja** reprezentacija problema i zašto?

(c) Možemo li izravno iz **strukture** mreže (i) zaključiti da je $\mathbf{P}(Omot \mid Oblik) = \mathbf{P}(Omot)$?

(d) Što na temu uvjetne nezavisnosti možemo zaključiti iz zadnje mreže (iii)?

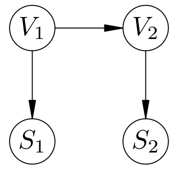
(e) Dopunite **najbolju** mrežu pripadnim tablicama (uvjetnih) distribucija vjerojatnosti (CPT), prema pravilu za Bayesove mreže. Ne trebate pisati na tekstu zadataka, dovoljno je vašem papiru navesti kojem čvoru pripada koja tablica.

(f) Kupili smo kutiju s jednim bombonom. Prije otvaranja, kolika je vjerojatnost da naš bombon ima crveni omot?

(g) Nakon otvaranja, u kutiji je okrugli bombon s crvenim omotom. Kolika je vjerojatnost da ima okus jagode?

OKRENITE OVAJ LIST!

2. Na sljedećoj slici prikazana je Bayesova mreža koja opisuje navike jedenja sladoleda
(10) neke osobe, u ovisnosti o vremenskim prilikama kroz dva dana.



V_1	$\mathbf{P}(V_1)$
k	0.4
s	0.6

V_1	V_2	$\mathbf{P}(V_2 \mid V_1)$
k	k	0.5
k	s	0.5
s	k	0.3
s	s	0.7

V_i	S_i	$\mathbf{P}(S_i \mid V_i)$
k	d	0.2
k	n	0.8
s	d	0.9
s	n	0.1

Čvorovi V_i opisuju vrijeme u i-tom danu, koje može biti sunčano (s) ili kišovito (k). Vrijeme V_2 drugog dana ovisi o vremenu V_1 prethodnog dana. Čvorovi S_i opisuju je li osoba pojela sladoled i-ti dan, a moguće vrijednosti su d (da) ili n (ne). Tablica uvjetnih vjerojatnosti $\mathbf{P}(S_i \mid V_i)$ je **ista** za oba dana (osoba ne mijenja navike). Za zaključivanje koristimo približne statističke metode na bazi slučajnih uzoraka.

Uzorkovanjem na praznoj mreži (bez dokaza) dobiveno je sljedećih 10 uzoraka za četvorku varijabli (V_1, S_1, V_2, S_2) u modelu sladoleda:

$$\begin{array}{lllll}(k,n,k,n), & (k,n,k,n), & (s,n,s,d), & (s,d,s,d), & (s,d,k,n), \\ (k,n,k,d), & (s,d,s,d), & (s,d,s,d), & (s,d,k,n), & (k,n,s,d).\end{array}$$

(a) Kolika je empirijska vjerojatnost $\widehat{P}(V_2 = k)$, na bazi ovog uzorka, za događaj $V_2 = k$?

(b) Poznati su dokazi $S_1 = d$ i $S_2 = n$. Ukratko opišite kako radi **odbacivanje** uzoraka u prisutnosti dokaza. Napišite koji uzorci iz gornjeg skupa ostaju nakon odbacivanja i iz njih izračunajte procjenu uvjetne distribucije $\widehat{\mathbf{P}}(V_2 \mid S_1 = d, S_2 = n)$.

(c) Ukratko opišite kako radi metoda **težinske izglednosti** (vjerodostojnosti) i objasnite računanje težina.

(d) Uz iste dokaze $S_1 = d$ i $S_2 = n$, kao u (b), generirano je sljedećih 6 uzoraka

$$(s,d,k,n),\ (k,d,k,n),\ (s,d,k,n),\ (s,d,s,n),\ (s,d,s,n),\ (k,d,s,n).$$

Metodom težinske izglednosti nađite težine za ovaj uzorak i pripadnu procjenu vjerojatnosti $\widehat{P}(V_2 = k \mid S_1 = d, S_2 = n)$.

NASTAVAK NA SLJEDEĆEM LISTU!

3. (20) Promatramo problem klasifikacije objekata u dvije klase + i −, prema tri atributa:

1. *Boja* može imati tri vrijednosti: *crvena*, *plava* i *zelena*,
2. *Oblik* može imati dvije vrijednosti: *krug* i *kvadrat*,
3. *Veličina* može imati dvije vrijednosti: *mala* i *velika*.

Sve vrijednosti pojedinog atributa su jednako vjerojatne. Zadan je sljedeći skup od 6 podataka za učenje:

Boja	*Oblik*	*Veličina*	*Klasa*
crvena	*kvadrat*	*velika*	+
plava	*kvadrat*	*velika*	+
crvena	*krug*	*mala*	−
zelena	*kvadrat*	*mala*	−
crvena	*krug*	*velika*	+
zelena	*kvadrat*	*velika*	−

Na temelju učenja treba klasificirati dva nova objekta s atributima

(*crvena*, *kvadrat*, *mala*)   (*plava*, *krug*, *mala*).

Za klasifikaciju novih primjera koristimo tri metode strojnog učenja: stablo odlučivanja, 3 najbliža susjeda (3–NN) i naivnu Bayesovu klasifikaciju.

(a) Definirajte što je **entropija** $H(X)$ diskretne slučajne varijable X i opišite heuristiku maksimalnog **dobitka informacije** kod konstrukcije stabla odlučivanja. Tom heuristikom sastavite **stablo odlučivanja** za ovaj skup podataka i klasificirajte oba nova objekta.

(b) Opišite težinsku metodu k najbližih susjeda s **diskretnom** (0–1) metrikom za udaljenost pojedinih atributa, u kojoj se za klasifikaciju koriste težine **obrnuto** proporcionalne **kvadratima** udaljenosti između primjera. Za prvi novi objekt (ne treba za drugi) nađite $k = 3$ najbliža susjeda i pripadnu klasifikaciju s težinama.

(c) Opišite osnovni princip **naivne Bayesove** klasifikacije i razlog zašto se koristi u praksi. Za prvi novi objekt (ne treba za drugi) nađite sve potrebne vrijednosti i pripadnu klasifikaciju.

OKRENITE OVAJ LIST!

4. (10) Za potrebe Luna parka, "Bomboni iznenađenja" proizvode bombone na isti način kao u 1. zadatku, osim što se slučajno oblikovanje bombona preskače, tako da su **svi** bomboni okruglog oblika. Bomboni se isporučuju u dvije vrste vrlo velikih vreća, koje izvana jednako izgledaju (sadržaj se ne vidi). Vrsta vreće određena je samo odgovarajućim omjerom crvenih i smeđih omota (bez obzira na okus). Pripadne hipoteze za vrstu vreće su

h_1 = 93% crvenih i 7% smeđih omota,

h_2 = 25% crvenih i 75% smeđih omota.

A priori vjerojatnost svake hipoteze je 1/2, što odgovara odnosima između okusa i omota. Iz nepoznate vreće izvućemo dva bombona: d_1 ima **crveni**, a d_2 ima **smeđi** omot (smatramo da su izvlačenja nezavisna i jednako distribuirana).

(a) Nađite a posteriori vjerojatnosti hipoteza uz dane podatke za učenje. Koja hipoteza ima veću a posteriori vjerojatnost?

(b) Optimalnim Bayesovim predviđanjem i MAP (maksimum a posteriori) predviđanjem nađite odgovor na pitanje: Kolika je vjerojatnost da sljedeći bombon iz te vreće ima okus **jagode**?

REZULTATI: petak, 30. 1. 2015. u 12 sati. Saša Singer